

Nombre y Apellido:

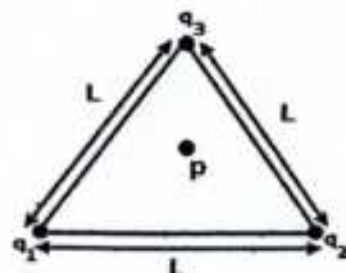
L. U.:

Fecha: 16/05/2025

Primer Parcial de Física 2- 2025

Problema N 1: Dos partículas puntuales (q_1 y q_2) con carga $+q$ cada una de ellas se colocan en la base de un triángulo equilátero de lado L . Una tercera partícula puntual (q_3) de carga $+2q$ se coloca en el otro vértice, como muestra la figura (no está a escala):

- Dibuje los vectores campo eléctrico en el punto p
- Encuentre la expresión matemática del campo eléctrico de cada una de las tres cargas ($\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ y $\vec{E}_3$), en el centro del triángulo (p). El centro está en el plano del triángulo y equidistante de los tres vértices
- Encuentre la expresión matemática del campo eléctrico total en el centro del triángulo.
- ¿Dónde debería colocar una cuarta carga puntual (q_4) de carga q para que el campo eléctrico en el centro del triángulo fuera cero?

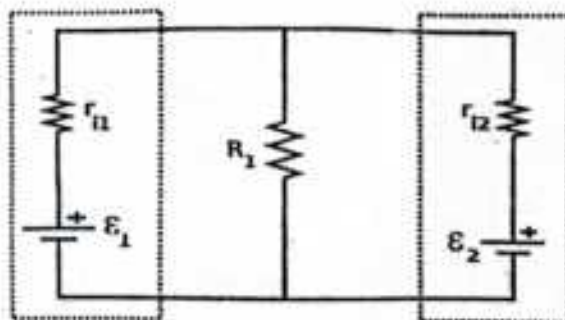


Problema N 2: En cierto tipo de teclado de computadora, cada tecla tiene una pequeña placa metálica que funciona como una de las placas de un capacitor de placas paralelas relleno de aire. Cuando se oprime la tecla, la separación de las placas disminuye y la capacitancia aumenta. Los circuitos electrónicos detectan el cambio de la capacitancia y, por lo tanto, la tecla que se oprimió. En un teclado en particular, el área de cada placa metálica es de 42 mm^2 , y la separación entre las placas es de $0,70 \text{ mm}$ antes de oprimir la tecla.

- Calcule la capacitancia antes de oprimir la tecla.
- Si los circuitos pueden detectar un cambio en la capacitancia de $0,25 \text{ pF}$, ¿qué distancia hay que oprimir la tecla para que los circuitos detecten el cambio?
- Determine la energía almacenada cuando la tecla está oprimida, si la diferencia de potencial es de 3 V .

Problema 3: Se conecta una batería de auto prácticamente descargada de fem $\mathcal{E}_1$ y de resistencia interna r_{i1} , a una resistencia R_1 . Para ayudar a esta batería, se conecta una segunda batería de $\mathcal{E}_2$ y de resistencia interna r_{i2} , a los bornes de la primera mediante unos conductores:

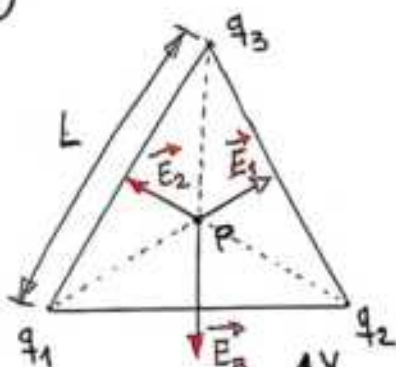
- Determine el valor de la corriente que circula por cada una de las ramas, para $\mathcal{E}_1 = 11,4 \text{ V}$, $r_{i1} = 0,05 \Omega$, $\mathcal{E}_2 = 12,6 \text{ V}$, $r_{i2} = 0,01 \Omega$ y $R_1 = 2 \Omega$
- Calcule la potencia cedida por la segunda batería.



Problema 1:

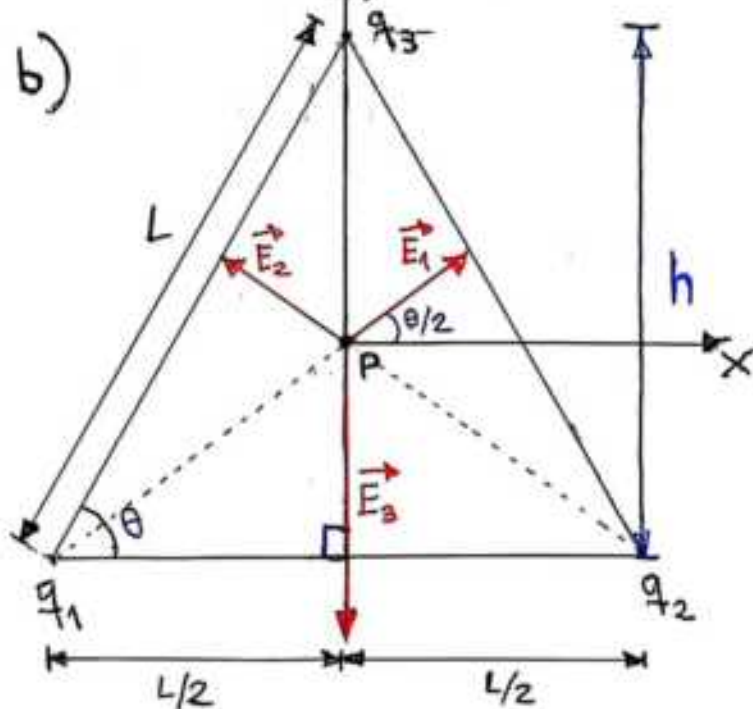
$$q_1 = q_2 = +q, \quad q_3 = +2q$$

a)



Sean $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ y $\vec{E}_3$ los campos eléctricos en el centro P del triángulo equilátero generados por las cargas q_1 , q_2 y q_3 respectivamente.

b)



Consideremos el Sistema de coordenadas con centro en P, eje x paralelo a la base del triángulo que pasa y eje y que pasa por carga q_3 .

Sea h : "altura del triángulo", como el triángulo es equilátero todos sus lados miden L , y todos sus ángulos interiores son iguales, sea θ el ángulo de vértice q_1 cuyas lados pasan por q_1 y q_2 .

por Trigonometría: $\cos \theta = \frac{L/2}{L} \Rightarrow \cos \theta = 1/2$

$$\Rightarrow \theta = \arccos(1/2) = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta = 60^\circ}$$

por pitagoras se tiene que: $L^2 = h^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2$ entonces

$$h^2 = L^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$h^2 = L^2 - \frac{L^2}{4} = \frac{3}{4}L^2$$

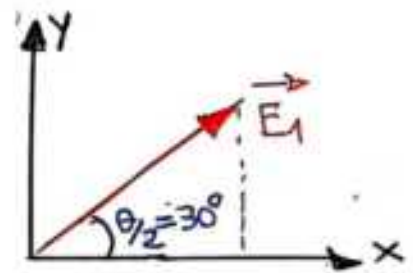
$$h = \sqrt{\frac{3}{4}L^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}L \Rightarrow \underline{h = \frac{\sqrt{3}}{2}L}$$

Sean $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ y $\vec{r}_3$ vectores desde las cargas q_1 , q_2 y q_3 respectivamente hacia el punto de campo P . Como P equidista de q_1 , q_2 y q_3 tenemos que: $r_1 = r_2 = r_3$ con $r_1 = |\vec{r}_1|$, $r_2 = |\vec{r}_2|$ y $r_3 = |\vec{r}_3|$. (Además $\hat{r}_i = \frac{\vec{r}_i}{r_i}$ con $i \in \{1, 2, 3\}$)

Entonces los campos $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ y $\vec{E}_3$ son:

$$\vec{E}_1 = k \frac{q}{r_1^2} \hat{r}_1 \quad \begin{cases} E_{1x} = |E_1| \cos 30^\circ \\ E_{1y} = |E_1| \sin 30^\circ \end{cases}$$

$$\vec{E}_2 = k \frac{q}{r_2^2} \hat{r}_2 \quad \begin{cases} E_{2x} = |E_2| \cos 30^\circ \\ E_{2y} = |E_2| \sin 30^\circ \end{cases}$$

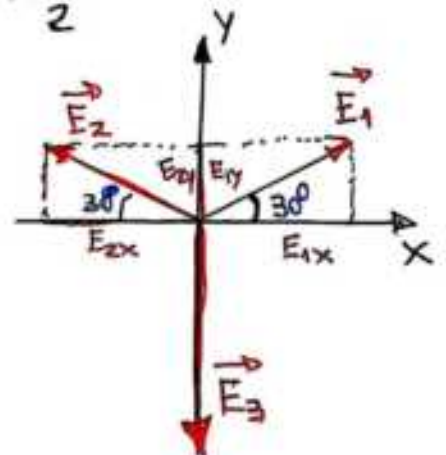


$$\begin{cases} \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2 \\ \sin 30^\circ = 1/2 \end{cases}$$

entonces

$$\vec{E}_1 \begin{cases} E_{1x} = \frac{kq}{r_1^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ E_{1y} = \frac{kq}{r_1^2} \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \quad , \quad \vec{E}_2 \begin{cases} E_{2x} = -\frac{kq}{r_2^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ E_{2y} = \frac{kq}{r_2^2} \cdot \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{y } \vec{E}_3 \begin{cases} E_{3x} = 0 \\ E_{3y} = -\frac{k(2q)}{r_3^2} \end{cases}$$



c) $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$ entonces

• $E_{Tx} = E_{1x} + E_{2x} + E_{3x}$

$$= \frac{Kq}{r_1^2} \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{Kq}{r_2^2} \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 = 0$$

$\Rightarrow E_{Tx} = 0$

• $E_{Ty} = E_{1y} + E_{2y} + E_{3y}$

$$= \frac{Kq}{r_1^2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{Kq}{r_2^2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{K(2q)}{r_3^2}$$

$$= \frac{Kq}{r^2} \frac{1}{2} + \frac{Kq}{r^2} \frac{1}{2} - \frac{Kq}{r^2} \cdot 2$$

$$= \frac{Kq}{r^2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 2 \right) = \frac{Kq}{r^2} (-1)$$

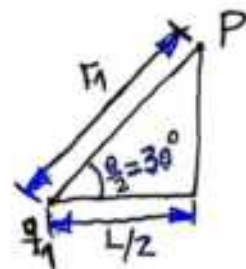
$\Rightarrow E_{Ty} = -\frac{Kq}{r^2}$

$$E_{Ty} = -\frac{Kq}{(L/\sqrt{3})^2} = -\frac{Kq}{L^2/3} = -\frac{Kq}{L^2} \cdot 3$$

$\Rightarrow E_{Ty} = -3 \frac{Kq}{L^2}$

$\Rightarrow \vec{E}_T = E_{Tx} \hat{i} + E_{Ty} \hat{j}$

$\Rightarrow \vec{E}_T = 0 \hat{i} + \left(-\frac{3Kq}{L^2} \right) \hat{j}$



|| $\text{memos: } r = r_1 = r_2 = r_3$

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{L/2}{r_1}$$

$$\Rightarrow \cos(30^\circ) = \frac{L/2}{r_1}$$

$$\Rightarrow r_1 = \frac{L/2}{\cos(30^\circ)}$$

$$\Rightarrow r_1 = \frac{L/2}{\sqrt{3}/2}$$

$$\Rightarrow r_1 = L/\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{r = L/\sqrt{3}}$$

d) ¿Donde colocar q_4 para que $\vec{E}_T = 0\hat{i} + 0\hat{j}$?

Sabemos de inciso c) que:

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \left(0 \frac{N}{C}\right)\hat{i} + \left(-\frac{3kq}{L^2}\right)\hat{j}$$

entonces si $\vec{E}_4$ es el campo en P producido por la carga $q_4 = +q$ se tiene que

$$= \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \left(0 \frac{N}{C}\right)\hat{i} + \left(0 \frac{N}{C}\right)\hat{j}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_4 = -(\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3)$$

$$\Rightarrow \vec{E}_4 = -\left(\left(0 \frac{N}{C}\right)\hat{i} + \left(-\frac{3kq}{L^2}\right)\hat{j}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{E}_4 = \left(0 \frac{N}{C}\right)\hat{i} + \frac{3kq}{L^2}\hat{j}$$

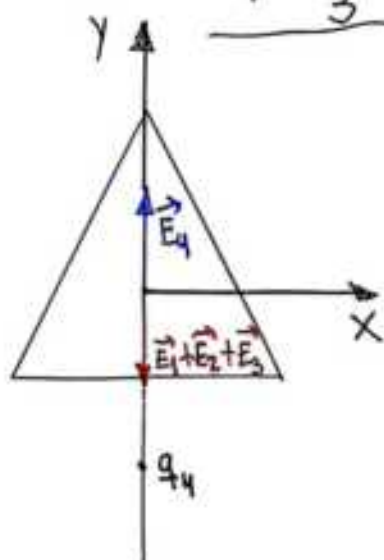
Claramente $|\vec{E}_4| = \frac{3kq}{L^2}$ pero además sabemos

$$\text{que } |\vec{E}_4| = k \frac{q}{r_4^2} \Rightarrow k \frac{q}{r_4^2} = \frac{3kq}{L^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r_4^2} = \frac{3}{L^2} \Rightarrow r_4^2 = \frac{L^2}{3} \Rightarrow r_4 = \sqrt{\frac{L^2}{3}} = \frac{L}{\sqrt{3}} = \frac{L}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow r_4 = \frac{\sqrt{3}}{3} L$$

Luego q_4 estará
en el punto $(0, -\frac{\sqrt{3}}{3}L)$



Problema 2:

DATOS:

$$A = 42 \text{ mm}^2 \rightarrow A = 42 \text{ mm}^2 \times \left(\frac{1 \text{ m}}{10^3 \text{ mm}} \right)^2 = 42 \text{ mm}^2 \left(\frac{1 \text{ m}^2}{10^6 \text{ mm}^2} \right) \\ \Rightarrow A = 42 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$d_i = 0,7 \text{ mm} \rightarrow d_i = 0,7 \text{ mm} \times \left(\frac{1 \text{ m}}{10^3 \text{ mm}} \right) = 0,7 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Luego $A = 42 \times 10^{-6} \text{ m}^2$; $d_i = 0,7 \times 10^{-3} \text{ m}$
 $\downarrow$ distancias entre placas antes de presionar el interruptor

$$1) C_i = \epsilon_0 \frac{A}{d_i} = (8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}) \times \frac{42 \times 10^{-6} \text{ m}^2}{0,7 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

$$\Rightarrow C_i = 0,53 \times 10^{-12} \text{ F} = 0,53 \text{ pF}$$

2) Para que los circuitos detecten debe ser:

$$\Delta C = 0,25 \text{ pF} \quad (\Delta C = C_f - C_i)$$

Al oprimir la tecla: $d \downarrow \Rightarrow C \uparrow$

$$\Delta C = C_f - C_i \Rightarrow C_f = C + \Delta C$$

$$\Rightarrow C_f = 0,53 \text{ pF} + 0,25 \text{ pF}$$

$$\Rightarrow C_f = 0,78 \text{ pF}$$

Luego $d_f = \epsilon_0 \frac{A}{C_f} = (8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}) \times \frac{42 \times 10^{-6} \text{ m}^2}{0,78 \times 10^{-12} \text{ F}}$

$$\Rightarrow d_f = 476,538 \times 10^{-6} \text{ m} = 0,476 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta d = d_i - d_f = 0,7 \times 10^{-3} \text{ m} - 0,476 \times 10^{-3} \text{ m} = 0,224 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \Delta d = 0,224 \text{ mm} \rightarrow \text{distancia que hay que oprimir la tecla para que el circuito detecte } \Delta C.$$

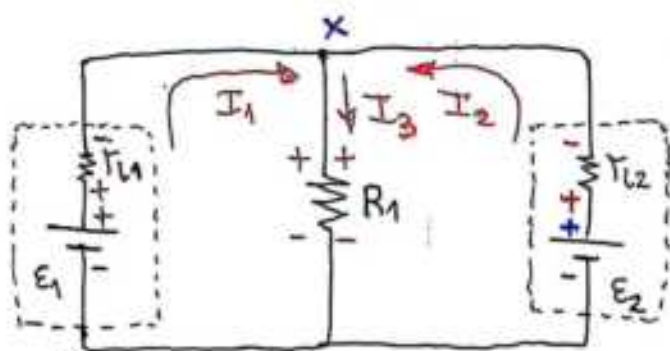
3) $V = 3V$

$$U = \frac{1}{2} C_f V^2$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} (0,78 \times 10^{-12} F) (3V)^2$$

$$\Rightarrow U = 3,51 \times 10^{-12} J$$

Problema 3:



DATOS:

$$E_1 = 11,4V$$

$$E_2 = 12,6V$$

$$r_{L2} = 0,01 \Omega$$

$$r_{L1} = 0,05 \Omega$$

$$R_1 = 2 \Omega$$

Descargado

Utilizaremos la Regla de voltaje de Kirchhoff (R.V.K):

Elegimos las corrientes I_1 e I_2 como se indican en el dibujo:

$$R.V.K: +E_1 - I_1 r_{L1} - I_3 R_1 = 0 \quad (1)$$

$$R.V.K: +E_2 - I_2 r_{L2} - I_3 R_1 = 0 \quad (2)$$

En el Nodo x: (R.C.K) Regla de Corriente de Kirchhoff

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (3)$$

Aclaración dibujo: La corriente circula de mayor a menor potencial



Reemplazando (3) en (1):

$$+E_1 - I_1 r_{i1} - (I_1 + I_2)R_1 = 0 \quad \text{Despejando } I_1:$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - I_2 R_1}{r_{i1} + R_1}$$

Reemplazando (3) en (2):

$$+E_2 - I_2 r_{i2} - (I_1 + I_2)R_1 = 0$$

$$\Rightarrow +E_2 - I_2(r_{i2} + R_1) - I_1 R_1 = 0 \quad \leftarrow$$

Reemplazamos
en:

$$\text{Luego } +E_2 - I_2(r_{i2} + R_1) - \left(\frac{E_1 - I_2 R_1}{r_{i1} + R_1}\right)R_1 = 0$$

$$E_2 - \underline{I_2(r_{i2} + R_1)} - \frac{E_1}{r_{i1} + R_1} R_1 + \frac{I_2 R_1}{r_{i1} + R_1} R_1 = 0$$

$$E_2 - I_2 \left(r_{i2} + R_1 - \frac{R_1^2}{R_1 + r_{i1}} \right) - \frac{E_1 R_1}{R_1 + r_{i1}} = 0$$

$$I_2 \times \left[R_1 + r_{i2} - \frac{R_1^2}{R_1 + r_{i1}} \right] = E_2 - \frac{E_1 R_1}{R_1 + r_{i1}}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{E_2 - \frac{E_1 R_1}{R_1 + r_{i1}}}{R_1 + r_{i2} - \frac{R_1^2}{R_1 + r_{i1}}}$$

$$I_2 = \frac{12,6V - \frac{(11,4V)(2\Omega)}{2,05\Omega}}{2,01\Omega - \frac{(2\Omega)^2}{2,05\Omega}}$$

$$\Rightarrow \underline{I_2 = 25,145 A}$$

Reemplazando I_2 en $I_1 = \frac{\epsilon_1 - I_2 R_1}{r_{i1} + R_1}$ se tiene

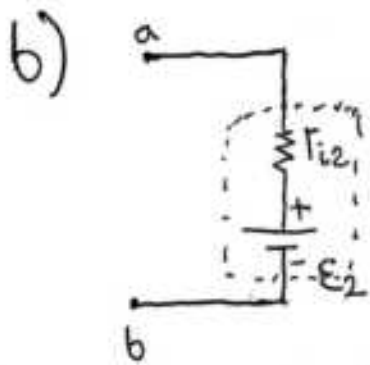
$$I_1 = \frac{11,4V - (25,145A)(2\Omega)}{0,05\Omega + 2\Omega} = -18,95A$$

$$\Rightarrow \underline{I_1 = -18,95A} \rightarrow \text{El signo } (-), \text{ indica que } I_1 \text{ va en el sentido opuesto al dibujado (elegido)}$$

$$\text{Entonces } I_3 = I_1 + I_2 = (-18,95A) + 25,145A$$

$$\Rightarrow I_3 = 6,195A$$

$$\text{Respuesta inciso a): } \begin{cases} I_1 = -18,95A \\ I_2 = 25,145A \\ I_3 = 6,195A \end{cases}$$



$$\begin{cases} P_{\epsilon_2} = I_2 \cdot \epsilon_2 = 316,827W \\ P_{r_{i2}} = (I_2)^2 r_{i2} = (25,145A)^2 (0,01\Omega) = 6,323W \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{cedido} = P_{\epsilon_2} - P_{r_{i2}} = 316,827W - 6,323W$$

$$\Rightarrow \underline{P_{cedido} = 310,504W}$$

↓
Potencia cedida por
segunda batería