UNIVERSIDAD NACIONAL DE LUJÁN

Funciones
Trabajo Práctico 6

(Elementos de Matemática
Códigos 10014-11014
Matemática Básica
Código 13014)

Año 2025

<u>Función de una variable real.</u>

Ejercicio 1:
A partir de los datos consignados en la siguiente tabla de temperaturas registradas en un día del mes de agosto en la ciudad de Luján:

Hora	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
Temperatura en ºC	9	8.5	8	7	5.5	6	8	12	10	2.5	2	1.5

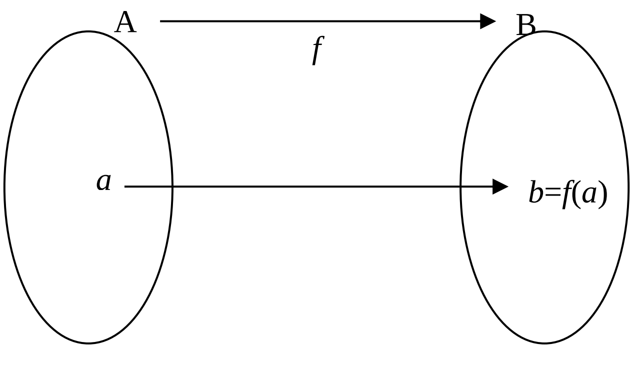
a) Representar gráficamente los datos.
b) ¿Puede conocerse con exactitud la temperatura que se registró a las 12 y media? ¿Puede estimarse la temperatura de las 12 y media? ¿Cuál podría ser esa estimación?

Se observa que la tabla establece una **correspondencia** entre las horas, allí especificadas, y las temperaturas, registradas para cada una de ellas.
Para **cada** hora determinada corresponde una **única** temperatura registrada.
A este tipo de correspondencia se le llama función y la definiremos en general así:

Definición: Sean A y B dos conjuntos no vacíos. Se llama **función de A en B** a la correspondencia que asigna a **cada** elemento *a* de A un **único** elemento *b* de B.

Nombres y convenciones:

- Para indicar que al elemento *a* de A le corresponde el elemento *b* de B, por medio de la función *f*, se escribe $\boldsymbol{f(a) = b}$.



- Al conjunto A se le llama **dominio** de la función y se simboliza Dom *f*.
- Al conjunto B se le llama **codominio** de la función. Al conjunto formado por todos los valores *f*(*a*), calculados para cada punto *a* de A se le llama **imagen** de la función y se simboliza Im *f*. El conjunto imagen es un subconjunto del codominio de la función.

Ejercicio 2:
En la tabla del ejercicio 1 se establece una función que se podría llamar t = t(h), que da la temperatura, en grados centígrados, a ciertas horas del día. Indicar para la función t: dominio, codominio e imagen. Además indicar, de ser posible, t(4) y t(12,5).

Ejercicio 3:
Sean A={1,2,3} y B={0,1,2,3}
Se define la siguiente correspondencia *f*, entre los elementos *a* del conjunto A y los elementos *f*(*a*) del conjunto B,
¿Se puede afirmar que, en cada caso, *f* es una función de A en B?
En caso afirmativo, escribir su dominio e imagen.

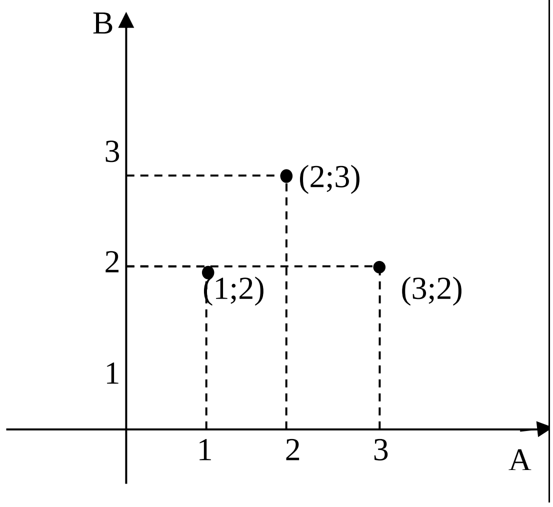
Sean A={1,2,3} y B={0,1,2,3}

a) $f(1) = 2$, $f(2) = 3$ y $f(3) = 0$

b) SeanA={1,2,3} y B={0,1,2,3}

a	*f*(*a*)
1	2
2	3
2	1
3	0

c)



d) $f(x) = 2x - 1$

e) $f(x) = x$

f) $f(x) = 0$

- Observar, a partir del ejercicio anterior, las **diversas maneras que hay de definir una correspondencia** (tabla, gráfico, fórmula).
- Para indicar que ***f*** **es una función de A en B** se escribe: $f : A \to B$ **.**
- A una función definida, para cada punto *a* del conjunto A, como $f(a) = a$ se la llama **función identidad** y se denota con la letra I.
- A una función del tipo $f(a) = 0$ para cada punto *a* del conjunto A se la llama **función nula**.

Ejercicio 4:
a) Sea la función $f : R \to R$ tal que $f(x) = 2x$.

a_1) Escribir el dominio y la imagen de *f*.
a_2) Calcular *f*(0), *f*(1), *f*(-1), *f*(1/2), *f*(–3/2), *f*(3), *f*(-3), *f*(3/5)
a_3) Representar gráficamente la función dada.

b) Sea la función $f: R-\{0\} \to R-\{0\}$ tal que $f(x)= {}^{1}\!/_{x}$

b_1) Escribir el dominio y la imagen de *f*.
b_2) Calcular *f*(1), *f*(2), *f*(4), *f*(8), *f*(1/2), *f*(–1/2), *f*(–1), *f*(–2), *f*(–4), *f*(–8)
b_3) Representar gráficamente la función dada.

c) Sea la función $f: R \to R$ tal que $f(x) = -x+1$.

c_1) Escribir el dominio y la imagen de *f*.
c_2) Calcular *f*(0), *f*(1), *f*(-1), *f*(1/2), *f*(-3/2), $f(\pi)$, $f(-\sqrt{2})$, $f(\sqrt{2}+1)$.
c_3) Representar gráficamente la función dada.

> **Importante:** Cuando se presenta una función y no se especifica el dominio de definición, se sobrentiende como dominio al conjunto de números reales o, si esto no fuera posible, al conjunto más amplio posible de forma que la función pueda ser calculada. A este conjunto se lo conoce como Dominio *Natural* o *Sobreentendido* de la función.

Ejercicio 5:

Para las siguientes funciones $f: A \to$ IR, determinar el **dominio natural o sobrentendido *A***, sabiendo que, en cada caso están definidas como.

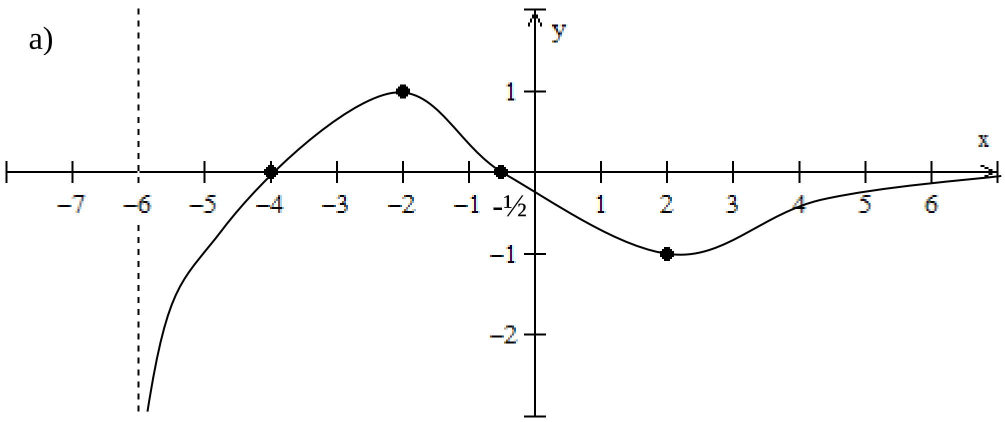
a) $f(x) = 3x + 5$	b) $f(x) = x^2$	c) $f(x) = \sqrt{x+1}$
d) $f(x) = \dfrac{1}{x+3}$	e) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-5}}$	f) $f(x) = \sqrt[3]{x+4}$
g) $f(x) = 1-\dfrac{x+1}{\sqrt{2}}$	h) $f(x) = x^2+3x-\dfrac{1}{2}$	i) $f(x) = \dfrac{2-\sqrt{x}}{x}$

> **Raíz o cero de una función:**
>
> Se dice que un elemento del dominio de una función es **raíz** de dicha función, si y sólo si su imagen es cero.
> En símbolos: Si $a \in \text{Dom } f$, a es *raíz* de $f \Leftrightarrow f(a) = 0$

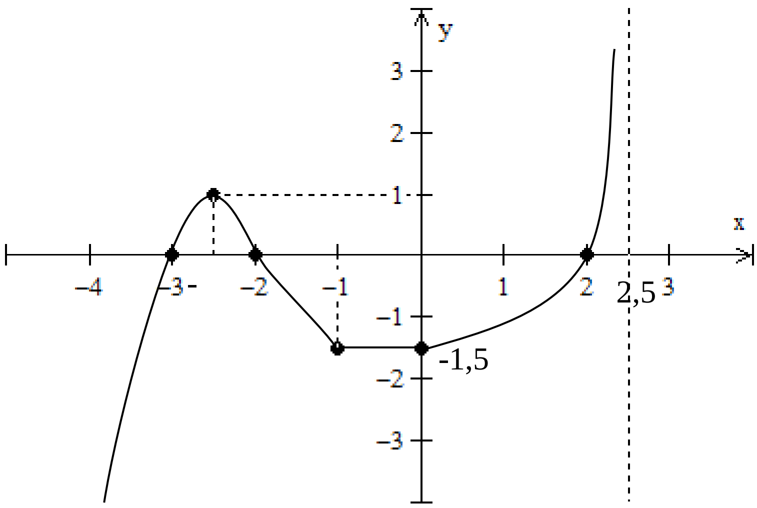
> **Crecimiento y decrecimiento (*Monotonía*) de una función**
>
> Sea *f* una función y sea A un conjunto (incluido en el dominio de *f* o igual a él).
>
> • Se dice que *f* **es creciente (estrictamente) en *A*** si y solo sí:
> $$\forall x_1 \in A, \forall x_2 \in A, \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$
> • Se dice que *f* **es decreciente (estrictamente) en *A*** si y solo sí:
> $$\forall x_1 \in A, \forall x_2 \in A, \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$
> • Se dice que *f* **es constante en *A*** si y solo sí:
> $$\forall x_1 \in A, \forall x_2 \in A, \; x_1 \neq x_2 \;, \; f(x_1) = f(x_2)$$

Ejercicio 6:

Indicar en las siguientes gráficas de funciones dominio, imagen, ceros, intervalos donde es positiva, negativa, creciente, decreciente y constante a)



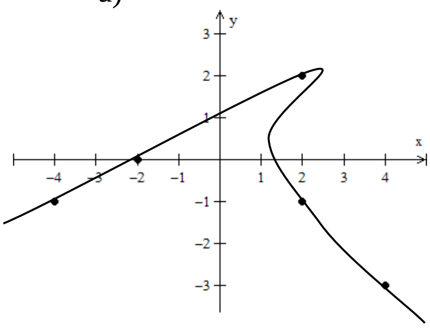
b)



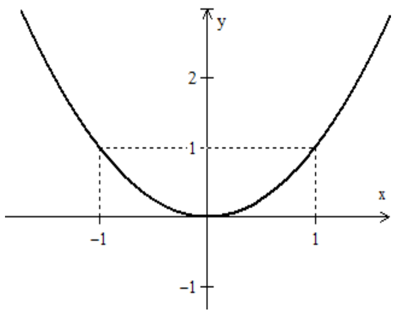
Ejercicio 7: Problemas:

a) Indicar cuáles de las siguientes gráficas representan funciones. En tales casos indicar dominio e imagen

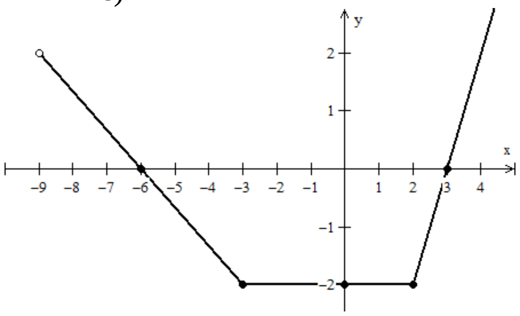
a)



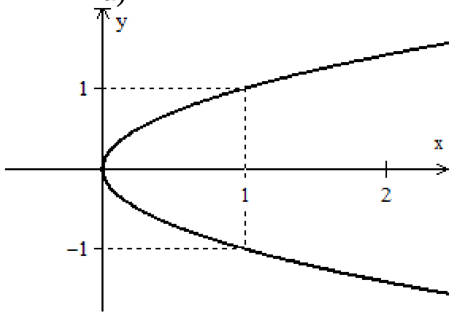
b)



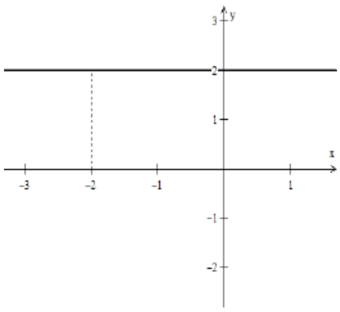
c)



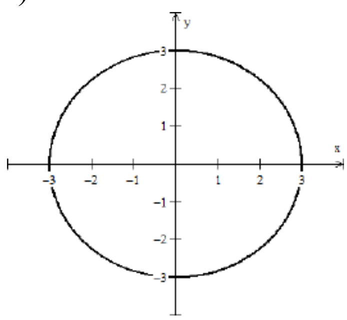
d)



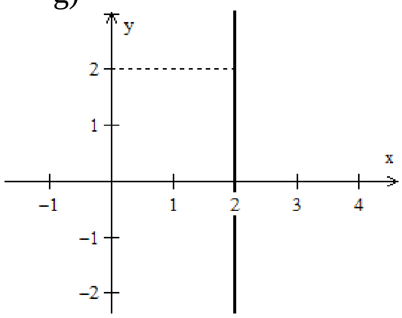
e)



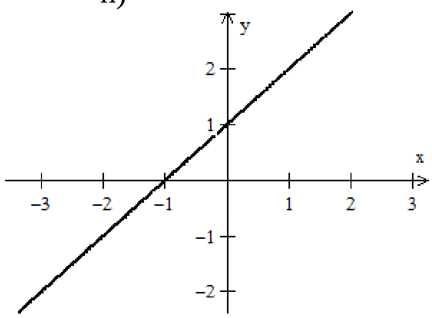
f)



g)



h)



b) Mediante la fórmula: $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ es posible convertir escalas de temperatura, donde *C* es la temperatura medida en “grados Celsius”, y *F* la temperatura medida en “grados Fahrenheit”. Se pide despejar *F* e indicar lo que representa la fórmula hallada

Ejercicio 8 Hallar el dominio natural de las siguientes expresiones. Despejar, si es posible**, x en función de y**

Observar que para abreviar se suele usar el verbo **“despejar”** en lugar de expresar *x en función de y*

a) $\boldsymbol{y = 2 - \sqrt{x+1}}$ ***b)*** $\boldsymbol{\frac{2x-1}{3x+2} = y}$ *c)* $\boldsymbol{-1 + \frac{2}{x} = y}$

Ejercicio 9: La expresión $\frac{3x-4}{2x-1} = y$ expresa, para x≠1/2, a la variable "*y*" en términos de "*x*",

a) Determinar el valor que toma *y* cuando $x = \frac{1}{3}$

b) Expresar a la variable "*x*" en términos de la variable "*y*", indicando si es posible o no plantear dicha expresión para todo *x* real

Ejercicio 10: La siguiente fórmula expresa el volumen *V* del cuerpo en función del tiempo t .La variable *V* ($V \geq 4$) indica el volumen de un cuerpo que va modificando su estructura a lo largo del tiempo *t*

$$V = \frac{3}{4\pi}t^3 + 4$$

Despejar *t* de la fórmula anterior, de modo que quede expresado el tiempo del cuerpo en función del volumen $t \geq 0$

Ejercicio 11: Dada la función $f: A \to R$; $f(x) = \frac{x+1}{2x+1}$, donde A es el dominio natural de f, es decir $A = Dom\ f$. Determinar el conjunto A y calcular, si existe, el valor de $f(-2) - f(2)$.

Ejercicio 12: Dadas la función *g* definidas como:

$$g: A \to \text{IR}, \ g(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{x-4}$$

a) **Hallar** el dominio natural de la función g

b) **Hallar** si es posible $g(19)$

Ejercicio 13: Dada la función $f: A \to R$; $f(x) = \frac{x-12}{x+1}$, donde A es el dominio natural de la función f, es decir $A = Dom\ f$. Determinar el conjunto A y calcular, si existen, ceros (o raíces) de la función.

Ejercicio 14: Dadas la función g definidas como:

$$g: A \to \text{IR}, \ g(x) = \frac{2x+1}{x-4}$$

a) **Hallar** el dominio natural de la función g

b) **Hallar** si es posible $g(0)$