UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA
Facultad Economia y Administracion
Materia: MATEMATICA II
Carrera: Contador Publico – Lic. Edm. De Empresas – Lic. Economia
Modalidad: No presencial

RESOLUCION 3° EVALUACION

1º TURNO

1- Resolver las siguientes integrales por el método que considere conveniente

$a) \int e^{\cos(3x)}.sen(3x).dx$ **POR SUSTITUCION**

$$u = \cos(3x) \quad \rightarrow \quad du = -3sen(3x).dx \quad \rightarrow \quad dx = -\frac{du}{3.sen(3x)}$$

$$I = -\int e^{u}.sen(3x).\frac{du}{3.sen(3x)} \quad \rightarrow \quad I = -\frac{1}{3}\int e^{u}.du \quad \rightarrow \quad I = -\frac{1}{3}.e^{u} + k$$

Se regresa a la variable original: $I = -\frac{1}{3}.e^{\cos(3x)} + k$

$b) \int (x-1).2^{(x-1)}.dx$ **POR PARTES** $\int u.dv = u.v - \int v.du$

$$\begin{cases} u = (x-1) \quad \rightarrow \quad du = dx \\ dv = 2^{(x-1)}.dx \quad \rightarrow \quad v = \dfrac{2^{(x-1)}}{\ln 2} \end{cases}$$

$$I = (x-1).\frac{2^{(x-1)}}{\ln 2} - \int \frac{2^{(x-1)}}{\ln 2}dx \quad \rightarrow \quad I = (x-1).\frac{2^{(x-1)}}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 2}\int 2^{(x-1)}dx \quad \rightarrow$$

finalmente se integra:

$$I = (x-1).\frac{2^{(x-1)}}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 2}.\frac{2^{(x-1)}}{\ln 2} + k \qquad I = (x-1).\frac{2^{(x-1)}}{\ln 2} - \frac{2^{(x-1)}}{(\ln 2)^2} + k$$

$c) \int \frac{x+1}{x^3 + x^2 - 6x}dx$ **RACIONAL CON RAICES REALES SIMPLES**

$$\int \frac{x+1}{x^3 + x^2 - 6x}dx = \int \frac{x+1}{x.(x-2)(x+3)}dx =$$

$$\int \frac{x+1}{x.(x-2)(x+3)}dx = \int \frac{A}{x}.dx + \int \frac{B}{(x-2)}.dx + \int \frac{C}{(x+3)}.dx$$

$$\frac{x+1}{x.(x-2)(x+3)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{(x-2)}+\frac{C}{(x+3)} \rightarrow$$

$$\frac{x+1}{x.(x-2)(x+3)}=\frac{A(x-2)(x+3)+B.x.(x+3)+C.x(x-2)}{x(x-2)(x+3)}$$

$$x+1=A(x-2)(x+3)+B.x.(x+3)+C.x(x-2)\rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow A=-\frac{1}{6} \\ x=2 \rightarrow B=\frac{3}{10} \\ x=-3 \rightarrow C=-\frac{2}{15} \end{cases}$$

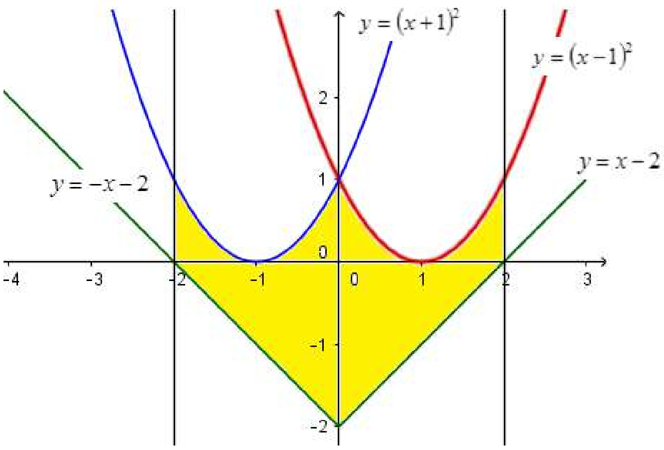
$$\int \frac{x+1}{x.(x-2)(x+3)}dx=-\frac{1}{6}\int\frac{dx}{x}+\frac{3}{10}\int\frac{dx}{(x-2)}-\frac{2}{15}\int\frac{dx}{(x+3)}$$

Se integra: $\int \frac{x+1}{x.(x-2)(x+3)}dx=-\frac{1}{6}\ln|x|+\frac{3}{10}\ln|x-2|-\frac{2}{15}\ln|x+3|+K$

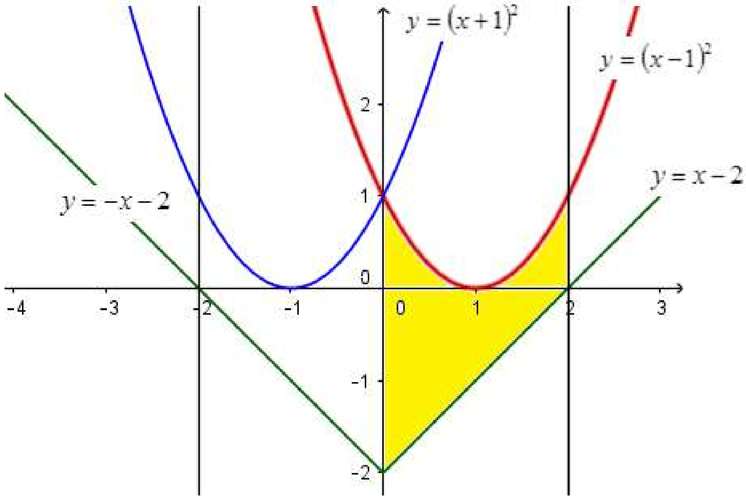
2- Para las siguientes funciones, graficarlas en un mismo sistema de ejes y calcular el área que determinan.

$$y=|x|-2 \quad ; \quad y=(x-1)^2 \quad ; \quad y=(x+1)^2 \quad ; \quad -2\le x\le 2$$

SE DEBE ANALIZAR EL MODULO: $|x|=\begin{cases} x \ si \ x\ge 0 & \rightarrow & y=x-2 & para \ \ x\ge 0 \\ -x \ \ si \ \ x<0 & \rightarrow & y=-x+2 & para \ \ x<0 \end{cases}$



SE PUEDE CALCLAR LA MITAD Y AL RESULTADO MULTIPICAR POR DOS:



$$A=2\int_0^2 (x-1)^2-(x-2).dx \;=\; 2\left[\frac{(x-1)^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\right]_0^2$$

$$A=2\left[\frac{(2-1)^3}{3}-\frac{2^2}{2}+2.2-\left(\frac{(0-1)^3}{3}-\frac{0^2}{2}+2.0\right)\right]=$$

$$A=2.\left[\frac{1}{3}-2+4-\left(-\frac{1}{3}\right)\right]=2\left[2+\frac{2}{3}\right]=\frac{16}{3}ua$$

3- Resolver: $\int_{-3}^{4}\frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$ **ES IMPROPIA EN** $x=1$

$$\int_{-3}^{4}\frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}=\int_{-3}^{1}\frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}+\int_{1}^{4}\frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$$

$$\int_{-3}^{4}\frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}=\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{-3}^{1-\varepsilon}\frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}+\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{1+\varepsilon}^{4}\frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$$ luego de integrar tendremos

$$I=\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\frac{3}{2}\sqrt[3]{(x-1)^2}\right]_{-3}^{1-\varepsilon}+\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\frac{3}{2}\sqrt[3]{(x-1)^2}\right]_{1+\varepsilon}^{4}$$

$$I=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{(1-\varepsilon-1)^2}-\sqrt[3]{(-3-1)^2}\right]+\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{(4-1)^2}-\sqrt[3]{(1+\varepsilon-1)^2}\right]$$

Luego de tomar el limite tendremos:

$$I=\frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{(1-0-1)^2}-\sqrt[3]{(-3-1)^2}\right]+\frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{(4-1)^2}-\sqrt[3]{(1+0-1)^2}\right]$$

$$I=\frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{(1-1)^2}-\sqrt[3]{(-4)^2}\right]+\frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{(3)^2}-\sqrt[3]{(1-1)^2}\right]$$

$$I=\frac{3}{2}\left[0-\sqrt[3]{16}\right]+\frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{9}-0\right]$$

$$I=\frac{3}{2}\left[-\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{9}\right]$$

Si el ejercicio no fue resuelto como una integral impropia, se considera una error conceptual, aun cuando la integral esté bien calculada.-

4- Resolver la siguiente ecuación diferencial por el método que considere conveniente.-

$$\frac{dx}{dy}=\frac{1+2y^2}{y.senx}$$ **POR VARIABLES SEPARADAS**:

$$\frac{dx}{dy}=\frac{1+2y^2}{y.senx}\quad\rightarrow\quad senx\,.dx=\frac{1+2y^2}{y}.dy$$, luego integramos:

$$\int senx\,.dx=\int\frac{1+2y^2}{y}.dy\quad\rightarrow\int senx\,.dx=\int\left(\frac{1}{y}+\frac{2y^2}{y}\right).dy$$

$$\int senx\,.dx=\int\left(\frac{1}{y}+2y\right).dy$$

$$-\cos x=\ln|y|+2\frac{y^2}{2}+K$$

$$-\cos x=\ln|y|+y^2+K$$

2° TURNO

1- Resolver las siguientes integrales por el método que considere conveniente:

$a)\ \int e^{sen(3x)}.\cos(3x).dx$. **POR SUSTITUCION**

$$u=sen(3x)\quad\rightarrow\quad du=3\cos(3x).dx\quad\rightarrow\quad dx=\frac{du}{3.\cos(3x)}$$

$$I=\int e^{u}.\cos(3x).\frac{du}{3.\cos(3x)} \rightarrow I=\frac{1}{3}\int e^{u}.du \rightarrow I=\frac{1}{3}.e^{u}+k$$

Se regresa a la variable original: $\boxed{I=\frac{1}{3}.e^{sen(3x)}+k}$

$b)\ \int x.4^{x}.dx$ **POR PARTES** $\int u.dv=u.v-\int v.du$

$$\begin{cases} u=x \rightarrow du=dx \\ dv=4^{x}.dx \rightarrow v=\frac{4^{x}}{\ln 4} \end{cases}$$

$$I=(x).\frac{x^{x}}{\ln 4}-\int\frac{4^{x}}{\ln 4}dx \rightarrow I=x.\frac{2^{x}}{\ln 4}-\frac{1}{\ln 4}\int 4^{x}dx \rightarrow$$ finalmente se integra:

$$I=(x).\frac{4^{x}}{\ln 4}-\frac{1}{\ln 4}.\frac{4^{x}}{\ln 4}+k \qquad \boxed{I=(x).\frac{2^{x}}{\ln 4}-\frac{4^{x}}{(\ln 4)^{2}}+k}$$

$c)\ \int\frac{x+1}{x^{3}-x^{2}-6x}dx$ **RACIONAL CON RAICES REALES SIMPLES**

$$\int\frac{x+1}{x^{3}-x^{2}-6x}dx=\int\frac{x+1}{x.(x+2)(x-3)}dx=$$

$$\int\frac{x+1}{x.(x+2)(x-3)}dx=\int\frac{A}{x}.dx+\int\frac{B}{(x+2)}.dx+\int\frac{C}{(x-3)}.dx$$

$$\frac{x+1}{x.(x+2)(x-3)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{(x+2)}+\frac{C}{(x-3)} \rightarrow$$

$$\frac{x+1}{x.(x+2)(x-3)}=\frac{A(x+2)(x-3)+B.x.(x-3)+C.x(x+2)}{x(x+2)(x-3)}$$

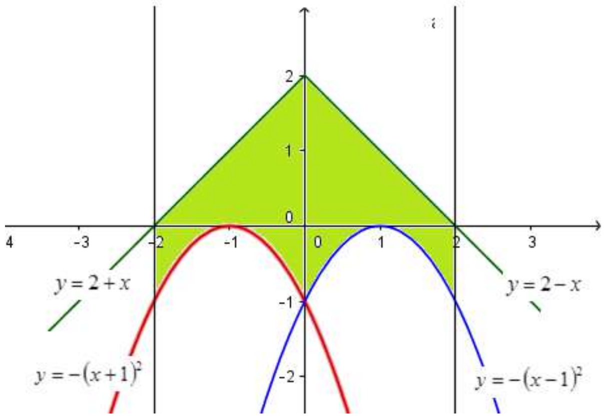
$$x+1 = A(x+2)(x-3) + B.x.(x-3) + C.x(x+2) \rightarrow \begin{cases} x=0 \ \rightarrow A=-\dfrac{1}{6} \\ x=-2 \ \rightarrow \ B=-\dfrac{1}{10} \\ x=3 \ \rightarrow C=\dfrac{4}{15} \end{cases}$$

$$\int \frac{x+1}{x.(x+2)(x-3)}dx = -\frac{1}{6}\int \frac{dx}{x} - \frac{1}{10}\int \frac{dx}{(x+2)} + \frac{4}{15}\int \frac{dx}{(x-3)}$$

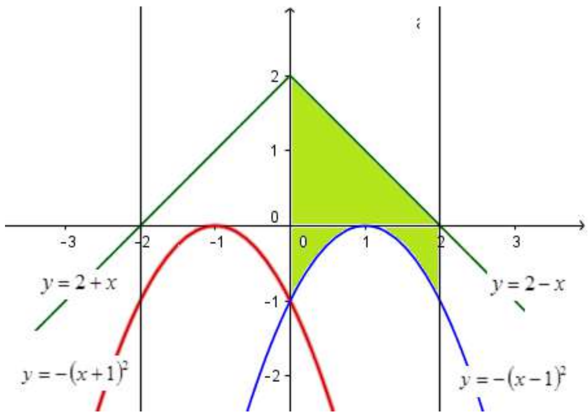
Se integra: $\displaystyle\int \frac{x+1}{x.(x+2)(x-3)}dx = -\frac{1}{6}\ln|x| - \frac{1}{10}\ln|x+2| + \frac{4}{15}\ln|x-3| + K$

2- para las siguientes funciones, graficarlas en un mismo sistema de ejes y calcular el área que determinan.

$y = 2-|x| \quad ; \quad y=-(x-1)^2 \quad ; \quad y=-(x+1)^2 \quad ; \quad -2 \le x \le 2$



SE PUEDE CALCLAR LA MITAD Y AL RESULTADO MULTIPICAR POR DOS



$$A = 2\int_0^2 2 - x - \left[-(x-1)^2\right]dx = 2\int_0^2 2 - x + (x-1)^2 .dx = 2\left[2x - \frac{x^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3}\right]_0^2$$

$$A = 2\left\{\left[2.2 - \frac{2^2}{2} + \frac{(2-1)^3}{3}\right] - \left[2.0 - \frac{0^2}{2} + \frac{(0-1)^3}{3}\right]\right\}$$

$$A = 2\left\{\left[4 - 2 + \frac{1}{3}\right] - \left[\frac{-1}{3}\right]\right\} = 2\left[2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right] = 2\left(2 + \frac{2}{3}\right) = \frac{16}{3}u.a$$

3- Resolver: $\int_{-3}^{4} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}}$ **ES IMPROPIA EN** $x = -1$

$$\int_{-3}^{4} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}} = \int_{-3}^{-1} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}} + \int_{-1}^{4} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}}$$

$$\int_{-3}^{4} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}} = \lim_{\varepsilon\to 0} \int_{-3}^{-1-\varepsilon} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}} + \lim_{\varepsilon\to 0} \int_{-1+\varepsilon}^{4} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}}$$ luego de integrar tendremos

$$I = \lim_{\varepsilon\to 0}\left[\frac{3}{2}\sqrt[3]{(x+1)^2}\right]_{-3}^{-1-\varepsilon} + \lim_{\varepsilon\to 0}\left[\frac{3}{2}\sqrt[3]{(x+1)^2}\right]_{-1+\varepsilon}^{4}$$

$$I = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{(-1-\varepsilon+1)^2} - \sqrt[3]{(-3+1)^2}\right] + \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{(4+1)^2} - \sqrt[3]{(-1+\varepsilon+1)^2}\right]$$

Luego de tomar el limite tendremos:

$$I = \frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{(-1-0+1)^2} - \sqrt[3]{(-3+1)^2}\right] + \frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{(4+1)^2} - \sqrt[3]{(-1+0+1)^2}\right]$$

$$I = \frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{(0)^2} - \sqrt[3]{(-2)^2}\right] + \frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{(5)^2} - \sqrt[3]{(0)^2}\right]$$

$$I = \frac{3}{2}\left[0 - \sqrt[3]{4}\right] + \frac{3}{2}\left[\sqrt[3]{25} - 0\right]$$

$$I = \frac{3}{2}\left[-\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{25}\right]$$

Si el ejercicio no fue resuelto como una integral impropia, se considera una error conceptual, aun cuando la integral esté bien calculada.-

4- Resolver la siguiente ecuación diferencial por el método que considere conveniente.-

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2y^2}{1+x}$$ **VARIABLE SEPARADA**

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2y^2}{1+x} \rightarrow \frac{dy}{y^2}=\frac{x^2}{1+x}.dx$$ luego integramos

$$\int\frac{dy}{y^2}=\int\frac{x^2}{1+x}.dx$$ la segunda integral se resuelve haciendo el cociente y expresando de la siguiente forma:

$$\int\frac{dy}{y^2}=\int\left(x-1+\frac{1}{x+1}\right).dx$$ luego se integra:

$$-\frac{1}{y}=\frac{x^2}{2}-x+\ln|x+1|+K$$