



UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA

Facultad Economía y Administración

Materia: MATEMATICA II

Carrera: Contador Público – Lic. Edm. De Empresas – Lic. Economía

Modalidad: No presencial

RESOLUCION 1º EVALUACION DOMICILIARIA

1º TURNO

1- Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 + 4x + 6}{x^2 + 3x + 2}$ se deben factorizar tanto numerador como denominador. Aplicamos

Ruffini en el numerador y resolvemos la cuadrática del denominador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & 4 & 6 \\ -1 & & -1 & 2 & -6 \\ \hline & 1 & -2 & 6 & 0 \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 + 4x + 6}{x^2 + 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - 2x + 6)}{(x+1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 - 2x + 6)}{(x+2)} = \frac{9}{1} = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 + 4x + 6}{x^2 + 3x + 2} = 9$$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 4x - 12}$ se debe multiplicar i dividir por el conjugado del numerador y a la vez

factorizar la cuadrática

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(-12)}}{2} = \frac{-4 \pm 8}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 4x - 12} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{4-x})(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})}{(x-2)(x+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{4-x})^2}{(x-2)(x+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - (4-x)}{(x-2)(x+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-4+x}{(x-2)(x+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)}{(x-2)(x+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})} = \frac{1}{(2+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-2})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 4x - 12} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$



UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA

Facultad Economía y Administración

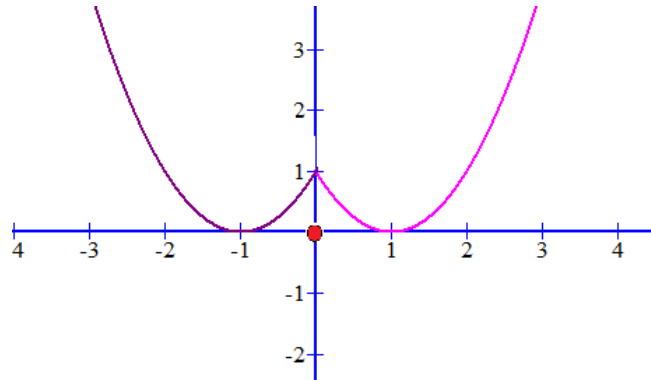
Materia: MATEMATICA II

Carrera: Contador Publico – Lic. Edm. De Empresas – Lic. Economía

Modalidad: No presencial

2- Dada: $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ (x+1)^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$:

a) Grafica de la función



b) Analizar la continuidad en $x = 0$

i) $f(0) = 0$

ii) $\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-1)^2 &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} (x+1)^2 &= 1 \end{aligned} \right\} \therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

iii) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$

Discontinua evitable, se puede redefinir

c) Redefinir en caso de ser posible

$$f_R(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x > 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ (x+1)^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

3- Dada la función: $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + x - 2}$, analizar:

a) Asíntotas (usar el concepto de límite)

ASINTOTA VERTICAL: Resolvemos la cuadrática

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-2)}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$x = 1: \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{(x-1)(x+2)} = \frac{1}{0} = \infty \quad \text{Existe AV en } x = 1$$

$$x = -2: \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2}{(x-1)(x+2)} = \frac{4}{0} = \infty \quad \text{Existe AV en } x = -2$$

ASINTOTA HORIZONTAL:



UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA

Facultad Economía y Administración

Materia: MATEMATICA II

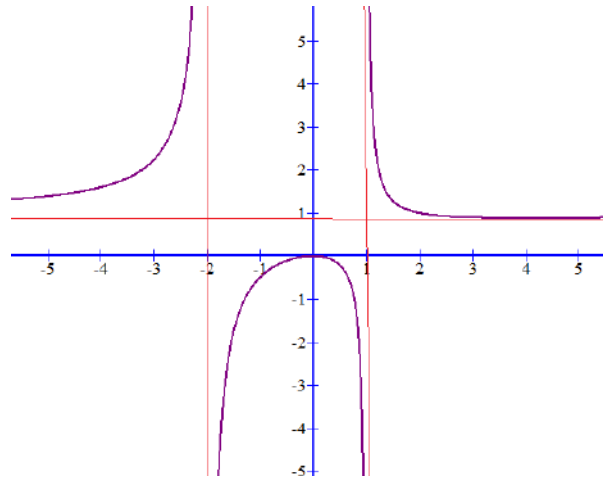
Carrera: Contador Público – Lic. Edm. De Empresas – Lic. Economía

Modalidad: No presencial

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)} = \frac{1}{1} = 1 \quad \text{Existe Asíntota Horizontal}$$

en $y = 1$

b) Gráfica de la función con las asíntotas determinadas



4- Derivar las siguientes funciones por el método que considere conveniente

a) $F(x; y) : y^2 x - \sqrt{2x} + \sqrt{3y} - \text{sen}(y - x)$ Derivación implícita

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{y^2 - \frac{2}{2\sqrt{2x}} - (-1) \cdot \cos(y - x)}{2yx + \frac{3}{2\sqrt{3y}} - (1) \cdot \cos(y - x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{y^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}} + \cos(y - x)}{2yx + \frac{3}{2\sqrt{3y}} - \cos(y - x)}$$

b) $y = (x)^{\ln x}$ Derivación logarítmica

$$y = (x)^{\ln x} \rightarrow \ln y = \ln(x)^{\ln x} \rightarrow \ln y = \ln x \cdot (\ln x)$$

$$\frac{y'}{y} = \left(\frac{1}{x}\right) \cdot (\ln x) + \ln x \cdot \left(\frac{1}{x}\right) \rightarrow y' = y \cdot \left[\frac{2}{x} \cdot \ln x\right]$$

$$y' = x^{\ln x} \cdot \left[\frac{2}{x} \cdot \ln x\right]$$

2° TURNO

1- Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{16x^2 + 7x - 4}}{\sqrt[3]{-27x^3 + x - 2}} =$



UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA

Facultad Economía y Administración

Materia: MATEMATICA II

Carrera: Contador Publico – Lic. Edm. De Empresas – Lic. Economía

Modalidad: No presencial

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{16x^2 + 7x - 4}}{\sqrt[3]{-27x^3 + x - 2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 \cdot \left(16 + \frac{7}{x} - \frac{4}{x^2}\right)}}{\sqrt[3]{x^3 \left(-27 + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}\right)}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{\left(16 + \frac{7}{x} - \frac{4}{x^2}\right)}}{\sqrt[3]{x^3} \cdot \sqrt[3]{\left(-27 + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}\right)}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot \sqrt{\left(16 + \frac{7}{x} - \frac{4}{x^2}\right)}}{x \cdot \sqrt[3]{\left(-27 + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}\right)}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\left(16 + \frac{7}{x} - \frac{4}{x^2}\right)}}{\sqrt[3]{\left(-27 + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}\right)}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt[3]{-27}} = \frac{4}{-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{16x^2 + 7x - 4}}{\sqrt[3]{-27x^3 + x - 2}} = -\frac{4}{3}$$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{8-x}}{3 - \sqrt{13-x}}$ = debemos multiplicar y dividir por e conjugado tanto del numerador

como del denominador

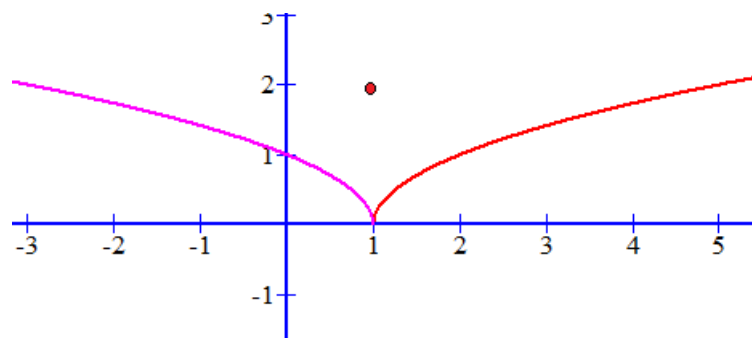
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{8-x}}{3 - \sqrt{13-x}} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(2 - \sqrt{8-x})(2 + \sqrt{8-x})(3 + \sqrt{13-x})}{(3 - \sqrt{13-x})(3 + \sqrt{13-x})(2 + \sqrt{8-x})} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{[(2)^2 - (\sqrt{8-x})^2](3 + \sqrt{13-x})}{[(3)^2 - (\sqrt{13-x})^2](2 + \sqrt{8-x})} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{[4 - (8-x)](3 + \sqrt{13-x})}{[9 - (13-x)](2 + \sqrt{8-x})} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{[4 - 8 + x](3 + \sqrt{13-x})}{[9 - 13 + x](2 + \sqrt{8-x})} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{[x - 4](3 + \sqrt{13-x})}{[x - 4](2 + \sqrt{8-x})} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(3 + \sqrt{13-x})}{(2 + \sqrt{8-x})} = \frac{3 + \sqrt{13-4}}{2 + \sqrt{8-4}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{8-x}}{3 - \sqrt{13-x}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

2- Dada: $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & \text{si } x > 1 \\ 2 & \text{si } x = 1 \\ \sqrt{1-x} & \text{si } x < 1 \end{cases}$





UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA

Facultad Economía y Administración

Materia: MATEMATICA II

Carrera: Contador Público – Lic. Edm. De Empresas – Lic. Economía

Modalidad: No presencial

d) Analizar la continuidad en $x = 1$

i) $f(1) = 2$

$$ii) \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x-1} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{1-x} = 0 \end{array} \right\} \therefore \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

iii) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$

Discontinua evitable, se puede redefinir

e) Redefinir en caso de ser posible

$$f_R(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x = 1 \\ \sqrt{1-x} & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

3- Dada la función: $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - x - 2}$, analizar:

ASINTOTA VERTICAL: Resolvemos la cuadrática

$$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(-2)}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

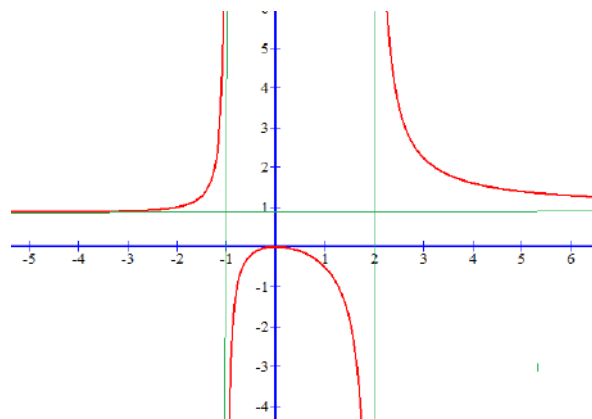
$x = -1$: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2}{(x+1)(x-2)} = \frac{1}{0} = \infty$ Existe AV en $x = -1$

$x = 2$: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{(x+1)(x-2)} = \frac{4}{0} = \infty$ Existe AV en $x = 2$

ASINTOTA HORIZONTAL:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)} = \frac{1}{1} = 1 \quad \text{Existe Asíntota Horizontal}$$

en $y = 1$





UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA

Facultad Economía y Administración

Materia: MATEMATICA II

Carrera: Contador Público – Lic. Edm. De Empresas – Lic. Economía

Modalidad: No presencial

4- Derivar las siguientes funciones por el método que considere conveniente

$$a) y = \sqrt{\cos[\ln(2x - x^3)]}$$

$$u = \cos[\ln(2x - x^3)] \rightarrow y = \sqrt{u}$$

$$v = \ln(2x - x^3) \rightarrow u = \cos v$$

$$w = (2x - x^3) \rightarrow v = \ln w$$

Luego tendremos:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dw} \cdot \frac{dw}{dx} \quad \text{entonces:} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot [-\operatorname{sen} v] \cdot \frac{1}{w} (2 - 3x^2) \quad \text{luego regresando a la variable}$$

original

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{\cos[\ln(2x - x^3)]}} \cdot [-\operatorname{sen} \ln(2x - x^3)] \cdot \frac{1}{(2x - x^3)} (2 - 3x^2)$$

b) $y = (\ln x)^x$ Derivación logarítmica

$$y = (\ln x)^x \rightarrow \ln y = \ln(\ln x)^x \rightarrow \ln y = x \cdot \ln(\ln x)$$

$$\frac{y'}{y} = 1 \cdot \ln(\ln x) + x \cdot \left(\frac{1}{\ln x}\right) \rightarrow y' = y \cdot \left[\ln(\ln x) + x \cdot \frac{1}{x \cdot \ln x} \right]$$

$$y' = (\ln x)^x \cdot \left[\ln(\ln x) + \frac{1}{\ln x} \right]$$