ANÁLISIS MATEMÁTICO (72) (Cátedra: Mutchinick, Paula)

EXAMEN FINAL – CLAVES DE CORRECCIÓN

TEMA 1
14/07/2025

EN LA SIGUIENTE GRILLA INDICÁ LA RESPUESTA SELECCIONADA PARA CADA PREGUNTA															
EJERCICIO	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)	9)	10)	11)	12)	13)	14)	15)
PUNTAJE	***0,5***	***0,5***	***0,5***	***0,5***	***1***	***0,5***	***0,5***	***0,5***	***1***	***1***	***0,5***	***0,5***	***1***	***0,5***	***1***
RESPUESTA	B	A	D	B	B	B	A	A	B	B	C	C	D	D	A

1) Sean $f(x) = \ln(x+2)$ y $g(x) = x^2 - 3$, indicar cuál es el valor de la función compuesta $h(x) = (f \circ g)(x)$ para $x = -\sqrt{2}$:

A) $-\ln(2-\sqrt{2})$ ***B)*** 0 ***C)*** $-\ln(2+\sqrt{2})$ ***D)*** $-2\sqrt{2}$

Recordando que $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$, se debe primero componer las funciones para encontrar h(x), $\mathrm{h}(\mathrm{x}) = \ln[x^2 - 3 + 2] = \ln(x^2 - 1)$. Luego, evaluar la función en x=-√2 para encontrar la respuesta correcta.

2) La función de beneficio de cierto bien es $B(x) = 20\sqrt{x - 100} - 400$. Determinar para qué nivel de producción el ingreso y el costo total de unidades fabricadas y vendidas se igualan:

A) 500 unidades. ***B)*** 400 unidades. ***C)*** 100 unidades. ***D)*** 20 unidades.

Recordá que la función de beneficio se obtiene como la diferencia de la función de ingreso y el costo. Por lo que se pide encontrar para qué valor de x (nivel de producción) el beneficio es nulo (B(x)=0).

3) Dadas las funciones $f(x) = \frac{2x-1}{-x-a}$ y $g(x) = x^2$, determinar el valor de a para que el dominio de $(f \circ g)(x)$ resulte $\mathbb{R} - \{-3; 3\}$:

A) $a = 9$ ***B)*** $a = 3$

C) $a = -3$ ***D)*** $a = -9$

En este ejercicio se pide analizar el dominio de una función compuesta. Es conveniente primero componer las funciones dadas para luego evaluar las restricciones del dominio.

4) Indicar cuál es la ecuación de la asíntota horizontal a la gráfica de la siguiente función $\boldsymbol{f(x)} = \left(\frac{x^4-7}{x^2+3}\right) - x^2$:

A) $x = -3$ ***B)*** $y = -3$ ***C)*** $x = 0$ ***D)*** $y = 0$

Se debe estudiar el siguiente límite $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^4-7}{x^2+3}\right) - x^2$ cuya solución es igual a -3. Por lo que la ecuación de la asíntota horizontal es $y = -3$.

5) Dada la función $\boldsymbol{g(x)} = \frac{x^3}{x-2}$ indicar cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

A) Presenta un punto crítico en $x = 2$. ***B)*** Presenta un punto crítico en $x = 3$.

C) No tiene extremos relativos. ***D)*** Tiene un extremo relativo en $x = 0$.

La función g está definida para todos los números reales menos el 2, y si calculamos su derivada primera resulta que se anula en x=0 y en x=3. En x=0 la función tiene su raíz y en x=3 presenta un mínimo, por lo que la única afirmación correcta es la B.

6) Seleccionar la opción correcta con relación al análisis de continuidad de la siguiente función $f(x) = \frac{x^3-3x+2}{x-2}$:

A) Es discontinua evitable para $x = 2$. ***B)*** Es discontinua esencial para $x = 2$.

C) No presenta puntos de discontinuidad. ***D)*** Es continua para $x = 2$.

Se deben plantear las condiciones de continuidad estudiadas, en este caso analizar el límite de la función cuando tiende al valor que no pertenece al dominio (x=2) para encontrar la afirmación correcta.

7) Sea la función $f(x) = \ln(x^2+1) + e^{x^2}$, indicar el valor de la derivada segunda en $x = 0$:

A) 4 ***B)*** 2

C) 1 ***D)*** 0

Para resolver este ejercicio se deben aplicar las reglas de derivación estudiadas, en particular derivar según la regla de la cadena para obtener la derivada primera y volver a derivar según la regla del producto para obtener la derivada segunda. Luego, en la derivada segunda se reemplaza x=0 y se obtiene que el valor es 4.

8) La recta tangente a $g(x) = -x^2 + 4x - 3$ en $x = 1$ es:

A) $y = 2x - 2$ ***B)*** $y = -2x + 4$

C) $y = 2x + 1$ ***D)*** $y = 6x - 6$

Para obtener la recta tangente se comienza teniendo en cuenta que la pendiente es la derivada de la función en el punto. Luego de calculada la pendiente, en este caso resulta g'(1)=2, y sabiendo que pasa por el punto (1;g(1)=0), se puede elegir la única opción que representa la recta tangente a la curva en el punto.

9) Un productor sabe que la demanda de su producto puede representarse con la función $x + p = 180$ y sus costos totales con $C(x) = 800 + 150x$. ¿Cuál es el nivel de producción que maximiza su función de beneficio?

A) 0 ***B)*** 15 ***C)*** 24 ***D)*** 75

Para la resolución de este ejercicio recordemos que la función de beneficio se obtiene como la diferencia de la función de ingreso y la de costo total, que resulta en este caso B(x)=-x^2+30x-800. Luego, se debe pide verificar que x=15 es el valor que hace máximo el beneficio; puede obtenerse analizando la gráfica de la función que es una parábola, o por las condiciones necesarias y suficientes de extremos estudiados.

10) La función $f(x) = \frac{e^{-x}}{x-4} - 2$ es decreciente en:

A) $(-\infty\,,3)$

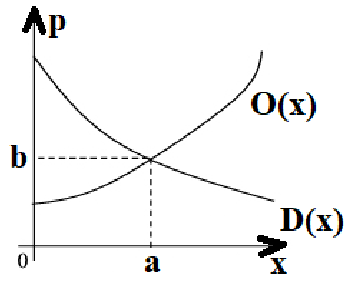
B) $(3\,,4) \cup (4\,,+\infty)$

C) $(3\,,+\infty)$

D) $(-\infty\,,4) \cup (4\,,+\infty)$

Esta función está definida para todos los números reales menos el 4, y si calculamos su derivada primera resulta que se anula en x=3. Como la función presenta una restricción hay que tenerla en cuenta para seleccionar los intervalos en los que analizar el signo de la derivada primera. En los intervalos en los cuales la derivada primera resulta negativa la función *f* es decreciente.

11) Dado el siguiente gráfico con las funciones de demanda D(x) y oferta O(x) de cierto producto. ¿Cuál de las siguientes opciones es la integral que sirve para calcular el excedente del consumidor?



A) $\int_0^a [D(x) - O(x)]dx$

B) $\int_0^a [b - O(x)]\,dx$

C) $\int_0^a [D(x) - b]dx$

D) $\int_0^a [O(x) - D(x)]dx$

Definimos como excedente o superávit del consumidor, el área de la región comprendida entre la recta de ecuación igual al precio de equilibrio (el precio que iguala la oferta y demanda); y la curva de demanda. Por lo cual esa área está representada por la opción C.

12) Sabiendo que $\int_0^3 f(x)\,dx = 7$ y $\int_0^3 g(x)\,dx = 5$. Indicar cuál de las opciones es el valor de la siguiente integral $\int_0^3 [3f(x) + 2x - g(x)]dx$:

A) 11 ***B)*** 22 ***C)*** 25 ***D)*** 35

Para abordar este ejercicio debes aplicar las propiedades de la integral e integrales inmediatas que estudiamos Un ejemplo similar está resuelto en la siguiente tutoría: https://www.youtube.com/live/klTjxiGw1Rw?feature=shared.

13) Determinar cuál de las opciones corresponde a $h(x)$ sabiendo que $h'(x) = 2x^2 + e^x$ y que $h(1) = e$.

A) $h(x) = \frac{2}{3}x^3 + e^x$

B) $h(x) = \frac{2}{3}x^3 + e^x + \frac{2}{3}$

C) $h(x) = 4x + e^x - 4$

D) $h(x) = \frac{2}{3}x^3 + e^x - \frac{2}{3}$

Para determinar la opción correcta es necesario encontrar una primitiva de h'(x) resolviendo la integral. Luego hay que hallar el valor numérico de la constante de integración, para eso usamos el dato inicial h(1)=e.

14) Hallar el coeficiente principal del polinomio de Mac Laurin de tercer orden de la función $f(x) = \operatorname{sen}(x + \pi)$:

A) -1

B) $\frac{1}{3}$

C) $-\frac{1}{6}$

D) $\frac{1}{6}$

Recordemos que el coeficiente principal es el coeficiente de la mayor potencia, en un polinomio de Mac Laurin de grado 3, es según su fórmula general el que acompaña a la variable x^3: $\frac{f'''(0)}{3!}$. Entonces precisamos derivar tres veces la función dada, y para el caso de Mac Laurin evaluarla en x=0, y luego dividir ese valor por el factorial de 3 que es igual a 6.

15) Una función f es tal que su dominio es $Df: \mathbb{R} - \{4\}$, decidir cuál de las siguientes afirmaciones es necesariamente cierta:

A) Es discontinua en $x = 4$.

B) Tiene una asíntota vertical en $x = 4$.

C) Tiene una discontinuidad evitable en $x = 4$.

D) Es una función continua en $Df: \mathbb{R} - \{4\}$.

Para determinar cuál de las afirmaciones es necesariamente cierta debemos analizar para cada una de ellas cuales son las condiciones que la garantizan. Por ejemplo saber que la función no está definida en x=4 nos informa que la función es discontinua, pero para saber el tipo de discontinuidad debemos analizar su límite. Por lo que C y D no pueden garantizarse ciertas. Y para B también debemos analizar el límite, y como no tenemos más información no puede garantizarse. La única necesariamente cierta es la opción A.