Ejercicio de parcial
TIRO OBLICUO

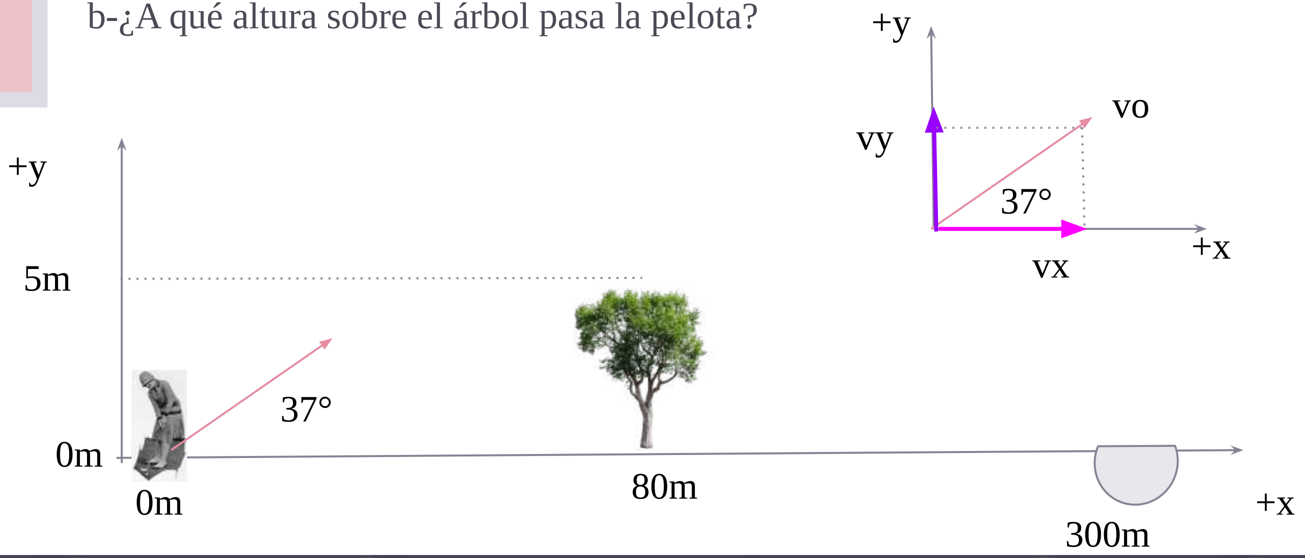
Parcial 24/5/2016

Ejercicio 2

Un golfista se encuentra a 300 m de un hoyo y a la misma altura que este. Le pega a la pelota con un ángulo de 37° , logrando que entre en el agujero. A 80 m delante del jugador hay un árbol de 5m de altura.

a- ¿Cuál es el módulo de la velocidad inicial de la pelota?

b-¿A qué altura sobre el árbol pasa la pelota?



Plantear las ecuaciones de movimiento para cada eje

Planteamos las ecuaciones de posición para el eje x e y de acuerdo a nuestro sistema de referencia. Recordar que en tiro oblicuo el movimiento en el eje x es un MRU mientras que en el eje y es un MRUV.

$$x_{(t)} = x_o + v_{ox}\, t$$

Según mi sistema de referencia, la posición inicial de la pelota en el eje horizontal es x=0m

$$x_{(t)} = v_{ox}\, t$$

$$y_{(t)} = y_o + v_{oy}\, t - \frac{1}{2}\, g\, t^2$$

Según mi sistema de referencia, la posición inicial de la pelota en el eje vertical es y=0m

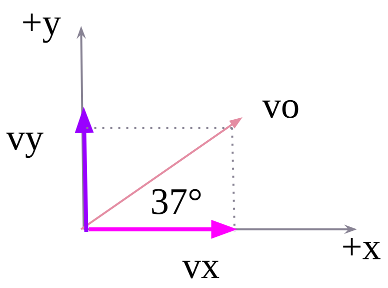
$$y_{(t)} = v_{oy}\, t - 5\, \frac{m}{s^2}\, t^2$$

Trabajamos con el vector velocidad: descomponer en vx y vy

Descomposición del vector velocidad inicial: el vector velocidad inicial tiene una inclinación de 37° con la horizontal. Para describir el movimiento en cada uno de los ejes tengo que saber "qué parte de la velocidad inicial se va hacia cada eje". Hablando correctamente, lo que vamos a hacer es escribir el vector velocidad en sus componentes x e y. Para esto, usamos trigonometría (SOH-CAH-TOA) siendo 37° el ángulo de interés y vo la hipotenusa del triángulo. La componente x del vector (proyección de la velocidad sobre el eje x) es el cateto adyacente del triángulo mientras que la componente y del vector (proyección de la velocidad en el eje y) es el cateto opuesto del triángulo.

$$v_{ox} = v_o \, . \, cos\,(\alpha)$$

$$v_{oy} = v_o \, . \, sen\,(\alpha)$$



Condiciones que deben cumplirse

Me dan el dato de que la pelota entra en el hoyo.
Matemáticamente esto lo podemos escribir como:

$x_{(t')} = 300\ m \qquad y_{(t')} = 0\ m \qquad$ *Condición de que entra en el hoyo*

Impongo que estas dos condiciones se cumplan para el mismo tiempo (que llamaré t'). Para esto, cada dato lo incluyo en las ecuaciones que ya armé.

$$x_{(t')} = 300\ m\ =\ v_{ox}\ t'$$

$$y_{(t')} = 0\ m\ =\ v_{oy}\ t'\ -\ 5\tfrac{m}{s^2}\ (t')^2$$

Estrategia: despejar una variable que aparezca en ambas ecuaciones

Además de las velocidades en x e y (que aún no conozco), tengo como incógnita t'. Pero aparece en ambas ecuaciones. La estrategia que voy a utilizar es despejar t' de una ecuación y la voy a meter en la otra. De esta manera "hago desaparecer" a t' de mis ecuaciones.

Despejo t' de x(t):

$$x_{(t')} = 300\ m = v_{ox}\, t'$$

$$t' = \frac{300\ m}{v_{ox}}$$

Reemplazo en y(t):

$$y_{\left(t'=\frac{300\ m}{v_{ox}}\right)} = 0\ m = v_{oy}\left(\frac{300\ m}{v_{ox}}\right) - 5\frac{m}{s^2}\left(\frac{300\ m}{v_{ox}}\right)^2$$

Dejar todo en función de una sola incógnita para poder despejarla

Sen(a)/cos(a)=tan(a)

Ahora solo tengo como incógnitas voy y vox, pero a su vez, sabemos que las podemos escribir en función de vo que es lo que estamos buscando.

$$v_{ox} = v_o \, . \, cos\,(37°)$$

$$v_{oy} = v_o \, . \, sen\,(37°)$$

$$0\,m \;=\; (\cancel{v_o}. \, sen\,(37°))\,(\frac{300\,m}{\cancel{v_o}.cos(37°)}) - 5\,\frac{m}{s^2}(\frac{300\,m}{v_o.\,cos(37°)})^2$$

$$0\,m \;=\; tan\,(37°).300\,m \; - 5\,\frac{m}{s^2}\,\frac{(300\,m)^2}{{v_o}^2.\,(cos(37°))^2}$$

Despejar la incógnita

Ahora la única incógnita que tengo es vo, la despejo de la ecuación:

$$tan\,(37°).300\ m\ = 5\,\frac{m}{s^2}\,\frac{(300\ m)^2}{v_o{}^2.\,(cos(37°))^2}$$

$$v_o{}^2\ = 5\,\frac{m}{s^2}\,\frac{(300\ m)^2}{(cos(37°))^2}\,\frac{1}{tan\,(37°).300\ m}$$

$$v_o\ = \sqrt{5\,\frac{m}{s^2}\,\frac{(300\ m)^2}{(cos(37°))^2}\,\frac{1}{tan\,(37°).300\ m}}$$

$$v_o = 55,86\ m/s$$

$$v_o = 55,86\ m/s$$

$$v_{ox} = v_o \cos(\alpha) = 55,86\ m/s \cdot \cos(37°) = 44,61\ m/s\ \hat{x}$$

$$v_{oy} = v_o\, sen(\alpha) = 55,86\ m/s \cdot sen(37°) = 33,62\ m/s\ \hat{y}$$

Las ecuaciones de movimiento quedarían finalmente como:

$$x_{(t)} = v_{ox}\, t$$

$$x_{(t)} = 44,61\ \tfrac{m}{s}\ .\ t$$

$$y_{(t)} = y_o + v_{oy}\, t - \tfrac{1}{2}\, g\, t^2$$

$$y_{(t)} = 33,62\ \tfrac{m}{s}\ .\ t\ -\ 5\ \tfrac{m}{s^2}\ t^2$$

Me pide saber a qué altura estaba la pelota respecto del árbol en el momento en que pasa por el. Necesito saber cuál es ese momento, es decir, necesito el t para el cual la pelota está sobre el árbol (80 m en x). Lo despejo de la ecuación de posición en el eje y de la pelota.

$$x_{(t=?)} = 80\ m\ =\ 44,61\ m/s\ .\ t$$

$$t = \frac{80\ m}{44{,}61\ m/s} = 1,8\ s$$

Ahora que conozco el tiempo en el que está por sobre el árbol me fijo a qué altura está exactamente, usando la ecuación de posición en el eje y (altura).

$$y_{(t=1,8\ s)} = 33,62\ \frac{m}{s}\ .\ (1,8\ s)\ -\ 5\ \frac{m}{s^2}\ (1,8\ s)^2 = 44,32\ m$$

$$y_{pelota} - y_{\acute{a}rbol} = 44,32\ m\ -\ 5\ m\ = 39,32\ m$$

La pelota está a 44,32 m del piso, a una distancia (en altura) de 38,32 m del árbol.

Muchas gracias por su atención

¿Preguntas?