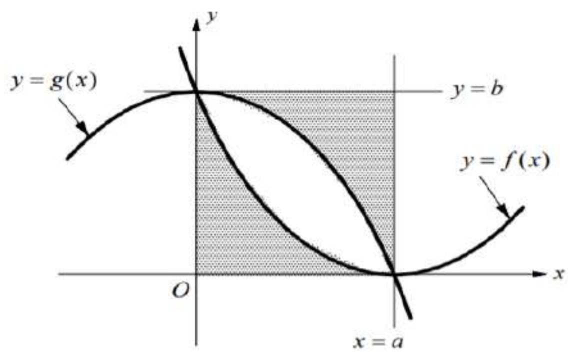
Cálculo 1 — Examen Final — 15/12/2021

Nombre: ______________________ LU/DNI: ______________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 5 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
En **condición libre: al menos 10 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	$\emptyset$	COND	CALIF.

Marcar la **única** opción correcta de las cuatro disponibles. **FIRMA:**



1. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área sombreada?

   ☐ a) $\int_0^a [g(x) - f(x)]\, dx$. ☐ b) $\int_0^a [b + g(x) - f(x)]\, dx$.

   ☐ c) $\int_0^a [b - g(x) - f(x)]\, dx$. ☐ d) $\int_0^a [b - g(x) + f(x)]\, dx$.

2. La cantidad de soluciones de la ecuación

$$\frac{e^{4x^2}}{x^2} = 2e,$$

   es igual a:

   ☐ a) 4. ☐ b) 0. ☐ c) 2. ☐ d) 1.

3. Sean las series $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{\sqrt{n}}$ y $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$. Entonces:

   ☐ a) A diverge y B converge. ☐ b) B diverge y A converge.
   ☐ c) A y B convergen. ☐ d) A y B divergen.

4. Sea f una función continua. La integral $\int_0^3 f(\sqrt{x+1})\, dx$ es igual a:

   ☐ a) $\frac{1}{2}\int_0^3 u f(u)\, du$. ☐ b) $\frac{1}{2}\int_1^2 \frac{f(u)}{u}\, du$.

   ☐ c) $2\int_1^2 u f(u)\, du$. ☐ d) $2\int_0^3 \frac{f(u)}{u}\, du$.

5. Sea f una función continua y positiva definida en $\mathbb{R}$ tal que

$$\int_0^x \sqrt{f(t)}\, dt = 2x + 1 - \cos(x).$$

   Entonces f es igual a:

   ☐ a) $(2 + \operatorname{sen}(x))^2$. ☐ b) $\sqrt{2 + \operatorname{sen}(x)}$.
   ☐ c) $\sqrt{2x + 1 - \cos(x)}$. ☐ d) $(2x + 1 - \cos(x))^2$.

6. El conjunto de los $x \in \mathbb{R}$ donde la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x+1)^n}{2^n}$ converge es

☐ a) $\left(-1, \frac{1}{3}\right)$. ☐ b) $\left[-1, \frac{1}{3}\right)$.

☐ c) $\left[-1, \frac{1}{3}\right]$. ☐ d) $\left(-1, \frac{1}{3}\right]$.

7. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^3}{1+n^p}}$ con $p > 0$ converge para:

☐ a) $p > 4$ y diverge en otro caso. ☐ b) $p > 3$ y diverge en otro caso .
☐ c) $p > 5$ y diverge en otro caso. ☐ d) $p > 6$ y diverge en otro caso.

8. Sea f una función derivable en $\mathbb{R}$ tal que $C_0(f) = \emptyset$ y $f'(x) - af(x) = 0$ con $f(0) = e$ y $f(1) = e^3$. Entonces a es igual a:

☐ a) 4. ☐ b) 3. ☐ c) 2. ☐ d) e.

9. Sea f una función derivable en $\mathbb{R}$ tal que $C_+(f) = \mathbb{R}$ y $f'(x) - 2f(x) = 0$ con $f(0) = e$. Entonces $f(4)$ es igual a:

☐ a) e^5. ☐ b) e^9. ☐ c) $e^8 + e$. ☐ d) e^8.

10. Sea $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión tal que

$$2 - \frac{2^n}{1+3^n} < \sqrt[n]{a_n} < \frac{3^n}{1+3^n} + 1.$$

Entonces $\lim_{n\to\infty} a_n$ es igual a:

☐ a) $+\infty$. ☐ b) 2. ☐ c) 0. ☐ d) 1.

11. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es continua y $\int_0^{x^2} f(t)\,dt = 9x^4$. Entonces $f(1)$ es igual a:

☐ a) 36. ☐ b) 18. ☐ c) -36. ☐ d) -18.

12. Sea f una función continua en $[-2, 1]$ y derivable en $(-2, 1)$, tal que $f(-2) = -5$ y $f(1) = 4$. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones **puede ser falsa**?

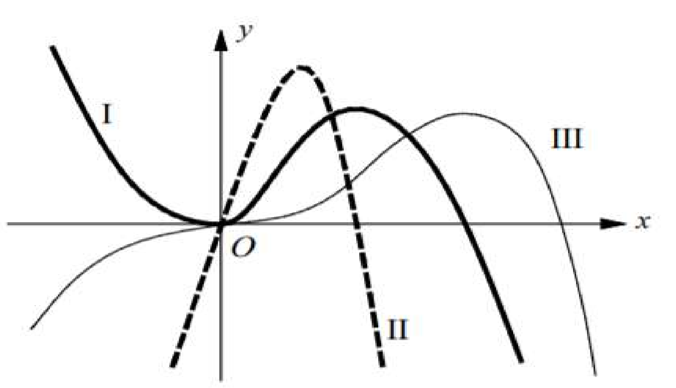
☐ a) $\exists\, c \in (-2, 1)$ tal que $f(c) = 0$. ☐ b) $\exists\, c \in (-2, 1)$ tal que $f'(c) = 0$.
☐ c) $\exists\, c \in (-2, 1)$ tal que $f(c) = 3$. ☐ d) $\exists\, c \in (-2, 1)$ tal que $f'(c) = 3$.

13. Sea f una función tal que $f(1) = -1$, $f'(1) = 2$ y $f''(1) = 0$. Sea g una función tal que

$$g'(x) = x^2[2f(x) + f'(x)]$$

para todo $x \in \mathbb{R}$. La ecuacion de la recta tangente al $Gr(g')$ en $x = 1$ es:

☐ a) $y = 4x - 4$. ☐ b) $y = 4x - 1$. ☐ c) $y = 4x$. ☐ d) $y = 4$.



14. Los gráficos etiquetados con (I), (II) y (III) corresponden a los gráficos de f, f' y f'', definidos en $\mathbb{R}$, en algún orden. Luego,

☐ a) $Gr(f) = $ (I), $Gr(f') = $ (II) y $Gr(f'') = $ (III). ☐ b) $Gr(f) = $ (II), $Gr(f') = $ (I) y $Gr(f'') = $ (III).

☐ c) $Gr(f) = $ (III), $Gr(f') = $ (I) y $Gr(f'') = $ (II). ☐ d) $Gr(f) = $ (I), $Gr(f') = $ (III) y $Gr(f'') = $ (II).

Cálculo 1 — EXAMEN FINAL — 15/12/2021

Nombre: ______________________ LU/DNI: ______________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 5 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
En **condición libre: al menos 10 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	∅	COND	CALIF.

MARCAR LA **única** OPCIÓN CORRECTA DE LAS CUATRO DISPONIBLES. **FIRMA:**

1. Sea f una función continua en $[-2,1]$ y derivable en $(-2,1)$, tal que $f(-2)=-5$ y $f(1)=4$. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones **puede ser falsa**?

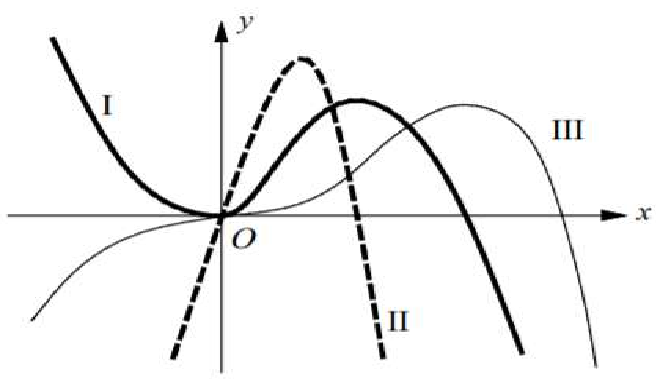
   ☐ a) $\exists\, c \in (-2,1)$ tal que $f(c)=0$. ☐ b) $\exists\, c \in (-2,1)$ tal que $f'(c)=0$.
   ☐ c) $\exists\, c \in (-2,1)$ tal que $f(c)=3$. ☐ d) $\exists\, c \in (-2,1)$ tal que $f'(c)=3$.

2. Sea f una función tal que $f(1)=-1$, $f'(1)=2$ y $f''(1)=0$. Sea g una función tal que

$$g'(x) = x^2[2f(x)+f'(x)]$$

   para todo $x \in \mathbb{R}$. La ecuacion de la recta tangente al $Gr(g')$ en $x=1$ es:

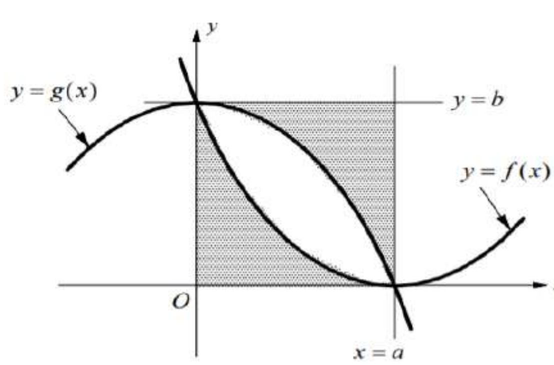
   ☐ a) $y=4x-4$. ☐ b) $y=4x-1$. ☐ c) $y=4x$. ☐ d) $y=4$.



3. Los gráficos etiquetados con (I), (II) y (III) corresponden a los gráficos de f, f' y f'', definidos en $\mathbb{R}$, en algún orden. Luego,

   ☐ a) $Gr(f)=$ (I), $Gr(f')=$ (II) y $Gr(f'')=$ (III). ☐ b) $Gr(f)=$ (II), $Gr(f')=$ (I) y $Gr(f'')=$ (III).

   ☐ c) $Gr(f)=$ (III), $Gr(f')=$ (I) y $Gr(f'')=$ (II). ☐ d) $Gr(f)=$ (I), $Gr(f')=$ (III) y $Gr(f'')=$ (II).



4. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área sombreada?

   ☐ a) $\int_0^a [g(x)-f(x)]\,dx$. ☐ b) $\int_0^a [b+g(x)-f(x)]\,dx$.

   ☐ c) $\int_0^a [b-g(x)-f(x)]\,dx$. ☐ d) $\int_0^a [b-g(x)+f(x)]\,dx$.

5. La cantidad de soluciones de la ecuación
$$\frac{e^{4x^2}}{x^2} = 2e,$$
es igual a:

☐ a) 4. ☐ b) 0. ☐ c) 2. ☐ d) 1.

---

6. Sea f una función continua y positiva definida en $\mathbb{R}$ tal que
$$\int_0^x \sqrt{f(t)}\, dt = 2x + 1 - \cos(x).$$
Entonces f es igual a:

☐ a) $(2 + \operatorname{sen}(x))^2$. ☐ b) $\sqrt{2 + \operatorname{sen}(x)}$.
☐ c) $\sqrt{2x + 1 - \cos(x)}$. ☐ d) $(2x + 1 - \cos(x))^2$.

---

7. Sea f una función continua. La integral $\displaystyle\int_0^3 f(\sqrt{x+1})\, dx$ es igual a:

☐ a) $\frac{1}{2}\int_0^3 uf(u)\, du$. ☐ b) $\frac{1}{2}\int_1^2 \frac{f(u)}{u}\, du$.

☐ c) $2\int_1^2 uf(u)\, du$. ☐ d) $2\int_0^3 \frac{f(u)}{u}\, du$.

---

8. El conjunto de los $x \in \mathbb{R}$ donde la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x+1)^n}{2^n}$ converge es

☐ a) $\left(-1, \frac{1}{3}\right)$. ☐ b) $\left[-1, \frac{1}{3}\right)$.

☐ c) $\left[-1, \frac{1}{3}\right]$. ☐ d) $\left(-1, \frac{1}{3}\right]$.

---

9. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^3}{1+n^p}}$ con $p > 0$ converge para:

☐ a) $p > 4$ y diverge en otro caso. ☐ b) $p > 3$ y diverge en otro caso .
☐ c) $p > 5$ y diverge en otro caso. ☐ d) $p > 6$ y diverge en otro caso.

---

10. Sean las series $A = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{\sqrt{n}}$ y $B = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$. Entonces:

☐ a) A diverge y B converge. ☐ b) B diverge y A converge.
☐ c) A y B convergen. ☐ d) A y B divergen.

---

11. Sea f una función derivable en $\mathbb{R}$ tal que $C_0(f) = \emptyset$ y $f'(x) - af(x) = 0$ con $f(0) = e$ y $f(1) = e^3$. Entonces a es igual a:

☐ a) 4. ☐ b) 3. ☐ c) 2. ☐ d) e.

---

12. Sea f una función derivable en $\mathbb{R}$ tal que $C_+(f) = \mathbb{R}$ y $f'(x) - 2f(x) = 0$ con $f(0) = e$. Entonces $f(4)$ es igual a:

☐ a) e^5. ☐ b) e^9. ☐ c) $e^8 + e$. ☐ d) e^8.

---

13. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es continua y $\int_0^{x^2} f(t)\, dt = 9x^4$. Entonces $f(1)$ es igual a:

☐ a) 36. ☐ b) 18. ☐ c) -36. ☐ d) -18.

---

14. Sea $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión tal que
$$2 - \frac{2^n}{1+3^n} < \sqrt[n]{a_n} < \frac{3^n}{1+3^n} + 1.$$
Entonces $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ es igual a:

☐ a) $+\infty$. ☐ b) 2. ☐ c) 0. ☐ d) 1.

Cálculo 1 — Examen Final — 09/02/2022

Nombre: ____________________ LU/DNI: ____________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 5 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
En **condición libre: al menos 10 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	∅	COND	CALIF.

Marcar la **única** opción correcta de las cuatro disponibles. **FIRMA:**

1. Sea $n \in \mathbb{N}$. ¿Cuál es el mínimo valor de n tal que el siguiente límite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\int_0^{\sqrt{x}} \sin(t^n)dt}{x^2},$$

sea igual a 0?

☐ a) $n = 2$. ☐ b) $n = 4$. ☐ c) $n = 1$. ☐ d) No existe valor de n para que se cumpla la condición.

2. Sea f una función definida en $\mathbb{R}$ tal $f'(x) > 0$ y $f''(x) > 1 + x$ para todo $x \in (0, +\infty)$. Consideremos las siguientes afirmaciones

(I) f es creciente en $(0, +\infty)$.

(II) f tiene curvatura positiva en $(0, +\infty)$.

(III) f no posee ni mínimo ni máximo local en $(0, +\infty)$.

☐ a) (I), (II) y (III) son verdaderas.
☐ b) (I) y (III) son falsas y (II) es verdadera.
☐ c) (I) y (II) son falsas y (III) es verdadera.
☐ d) (I) es verdadera y (II) y (III) son falsas.

3. Dado un número $a \in \mathbb{R}$ con $a \neq 0$, consideremos la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{ax}{2}\right)^n.$$

Luego, todos los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales que la serie es convergente son:

☐ a) $\left(\frac{-2}{|a|}, \frac{2}{|a|}\right]$. ☐ b) $\left(\frac{-2}{|a|}, \frac{2}{|a|}\right)$. ☐ c) $\left[\frac{-2}{|a|}, \frac{2}{|a|}\right]$. ☐ d) $\left[\frac{-2}{|a|}, \frac{2}{|a|}\right)$.

4. Sea $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de números reales positivos. Consideremos las siguientes series

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad \text{y} \quad B = \sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + a_n).$$

Luego:

☐ a) Si B es convergente entonces A es divergente.
☐ b) B es convergente.
☐ c) Si A es convergente entonces B es convergente.
☐ d) B es divergente

5. Sea $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de números reales positivos y $p \in \mathbb{R}$. Consideremos

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad \text{y} \quad L = \lim_{n\to\infty} n^p a_n.$$

☐ a) Si $p \leq 1$ y $L = 0$ entonces A es divergente.
☐ b) Si $p > 1$ y $L \in (0, +\infty)$ entonces A es convergente.
☐ c) Si $p = 0$ y $L = 0$ entonces A es convergente.
☐ d) Si $p > 0$ y $L \geq 1$ entonces A es convergente.

6. Sea f una función continua en $\mathbb{R}$ tal que posee un máximo relativo en $(-1, 4)$ y un mínimo relativo en $(3, -2)$. Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para f

☐ a) El gráfico de f tiene un punto de inflexión entre $x = -1$ y $x = 3$.
☐ b) $f'(-1) = 0$.
☐ c) f posee una asíntota horizontal.
☐ d) El grafico de f intersecta ambos ejes coordenados.

---

7. Sean f y g dos funciones definidas en $\mathbb{R}$ tales que

$$f'(x) = g(x) \qquad \text{y} \qquad g'(x) = f(x^2).$$

Entonces, $f''(x^3)$ es igual a:

☐ a) $f(x^6)$. ☐ b) $g(x^3)$. ☐ c) $3x^2 g(x^3)$. ☐ d) $6xg(x^3) + 9x^4 f(x^6)$.

8.

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{8\left(\frac{1}{2} + h\right)^8 - 8\left(\frac{1}{2}\right)^8}{h}$$

es igual a:

☐ a) 0. ☐ b) $\frac{1}{2}$. ☐ c) 1. ☐ d) No existe tal limite.

---

9. Si f y g son funciones derivables en $\mathbb{R}$ tales que $f'(x) > g'(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Entonces los gráficos de f y g verifican que:

☐ a) Se intersectan solamente una vez.
☐ b) Se intersectan al menos dos veces.
☐ c) No se intersectan.
☐ d) Ninguna de las anteriores.

---

10. Sean $f(x) = 3x + 1$ para todo $x \in \mathbb{R}$ y $\epsilon > 0$. Para cuales de los siguientes valores de δ vale que

$$|f(x) - 7| < \epsilon \qquad \text{si} \qquad |x - 2| < \delta?$$

☐ a) $\delta < \frac{\epsilon}{4}$. ☐ b) $\delta < \frac{\epsilon}{2}$. ☐ c) $\delta < \frac{\epsilon}{\epsilon+1}$. ☐ d) $\delta < \frac{\epsilon+1}{\epsilon}$.

---

11. Si $f(x) = (x^2 + 1)^{(2-3x)}$ entonces $f'(1)$ es igual a:

☐ a) $-\frac{1}{2}\ln(8e)$. ☐ b) $-\ln(8e)$. ☐ c) $-\frac{3}{2}\ln(2) - \frac{1}{2}$. ☐ d) $-\frac{1}{2}$.

---

12. Si la función $f(x) = 3e^{-2x}$ satisface la igualdad $\beta f''(x) + f'(x) - \alpha f(x) = 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$, entonces

☐ a) $-4\beta + \alpha = 2$. ☐ b) $4\beta + \alpha = 2$. ☐ c) $4\beta + \alpha = -2$. ☐ d) $4\beta - \alpha = 2$.

---

13. Si $\int_1^2 f(x - c)dx = 5$ donde $c \in \mathbb{R}$, entonces $\int_{1-c}^{2-c} f(x)dx$ es igual a:

☐ a) $5 + c$. ☐ b) 5. ☐ c) $5 - c$. ☐ d) $c - 5$.

---

14. Sean $F(x) = \int_0^x tf'(t)\,dt$ para $x \geq 0$ con $f'(x) < 0$ en $[0, \infty)$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

☐ a) $Im(F) \subseteq (-\infty, 0]$. ☐ b) F es continua en $(0, \infty)$.

☐ c) $F(x) = xf(x) - \int_0^x f'(t)\,dt$. ☐ d) F es derivable en $(0, \infty)$.

Cálculo 1 — Examen Final — 09/02/2022

Nombre: ______________________ LU/DNI: ______________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 5 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
En **condición libre: al menos 10 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	$\emptyset$	COND	CALIF.

MARCAR LA **única** OPCIÓN CORRECTA DE LAS CUATRO DISPONIBLES. **FIRMA:**

---

1. Dado un número $a \in \mathbb{R}$ con $a \neq 0$, consideremos la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{ax}{2}\right)^n .$$

Luego, todos los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales que la serie es convergente son:

☐ a) $\left(\frac{-2}{|a|}, \frac{2}{|a|}\right]$. ☐ b) $\left(\frac{-2}{|a|}, \frac{2}{|a|}\right)$. ☐ c) $\left[\frac{-2}{|a|}, \frac{2}{|a|}\right]$. ☐ d) $\left[\frac{-2}{|a|}, \frac{2}{|a|}\right)$.

---

2. Sea $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de números reales positivos y $p \in \mathbb{R}$. Consideremos

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \qquad \text{y} \qquad L = \lim_{n\to\infty} n^p a_n .$$

☐ a) Si $p \leq 1$ y $L = 0$ entonces A es divergente.
☐ b) Si $p > 1$ y $L \in (0, +\infty)$ entonces A es convergente.
☐ c) Si $p = 0$ y $L = 0$ entonces A es convergente.
☐ d) Si $p > 0$ y $L \geq 1$ entonces A es convergente.

---

3. Sea $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de números reales positivos. Consideremos las siguientes series

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \qquad \text{y} \qquad B = \sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + a_n).$$

Luego:

☐ a) Si B es convergente entonces A es divergente. ☐ b) B es convergente.
☐ c) Si A es convergente entonces B es convergente. ☐ d) B es divergente

---

4. Sea f una función continua en $\mathbb{R}$ tal que posee un máximo relativo en $(-1, 4)$ y un mínimo relativo en $(3, -2)$. Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para f

☐ a) El gráfico de f tiene un punto de inflexión entre $x = -1$ y $x = 3$.
☐ b) $f'(-1) = 0$.
☐ c) f posee una asíntota horizontal.
☐ d) El gráfico de f intersecta ambos ejes coordenados.

---

5. Si f y g son funciones derivables en $\mathbb{R}$ tales que $f'(x) > g'(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Entonces los graficos de f y g verifican que:

☐ a) Se intersectan solamente una vez.
☐ b) Se intersectan al menos dos veces.
☐ c) No se intersectan.
☐ d) Ninguna de las anteriores.

---

6. Sean $f(x) = 3x + 1$ para todo $x \in \mathbb{R}$ y $\epsilon > 0$. Para cuales de los siguientes valores de δ vale que

$$|f(x) - 7| < \epsilon \qquad \text{si} \qquad |x - 2| < \delta ?$$

☐ a) $\delta < \frac{\epsilon}{4}$. ☐ b) $\delta < \frac{\epsilon}{2}$. ☐ c) $\delta < \frac{\epsilon}{\epsilon+1}$. ☐ d) $\delta < \frac{\epsilon+1}{\epsilon}$.

---

7. Sean f y g dos funciones definidas en $\mathbb{R}$ tales que

$$f'(x) = g(x) \qquad \text{y} \qquad g'(x) = f(x^2).$$

Entonces, $f''(x^3)$ es igual a:

☐ a) $f(x^6)$. ☐ b) $g(x^3)$. ☐ c) $3x^2 g(x^3)$. ☐ d) $6xg(x^3) + 9x^4 f(x^6)$.

8.

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{8\left(\frac{1}{2} + h\right)^8 - 8\left(\frac{1}{2}\right)^8}{h}$$

es igual a:

☐ a) 0. ☐ b) $\frac{1}{2}$. ☐ c) 1. ☐ d) No existe tal limite.

---

9. Si $f(x) = (x^2 + 1)^{(2-3x)}$ entonces $f'(1)$ es igual a:

☐ a) $-\frac{1}{2}\ln(8e)$. ☐ b) $-\ln(8e)$. ☐ c) $-\frac{3}{2}\ln(2) - \frac{1}{2}$. ☐ d) $-\frac{1}{2}$.

---

10. Si $\int_1^2 f(x-c)dx = 5$ donde $c \in \mathbb{R}$, entonces $\int_{1-c}^{2-c} f(x)dx$ es igual a:

☐ a) $5 + c$. ☐ b) 5. ☐ c) $5 - c$. ☐ d) $c - 5$.

---

11. Si la función $f(x) = 3e^{-2x}$ satisface la igualdad $\beta f''(x) + f'(x) - \alpha f(x) = 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$, entonces

☐ a) $-4\beta + \alpha = 2$. ☐ b) $4\beta + \alpha = 2$. ☐ c) $4\beta + \alpha = -2$. ☐ d) $4\beta - \alpha = 2$.

---

12. Sean $F(x) = \int_0^x t f'(t)\,dt$ para $x \geq 0$ con $f'(x) < 0$ en $[0, \infty)$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

☐ a) $Im(F) \subseteq (-\infty, 0]$. ☐ b) F es continua en $(0, \infty)$.

☐ c) $F(x) = xf(x) - \int_0^x f'(t)\,dt$. ☐ d) F es derivable en $(0, \infty)$.

---

13. Sea $n \in \mathbb{N}$. ¿Cuál es el mínimo valor de n tal que el siguiente límite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\int_0^{\sqrt{x}} \sin(t^n)dt}{x^2},$$

sea igual a 0?

☐ a) $n = 2$. ☐ b) $n = 4$. ☐ c) $n = 1$. ☐ d) No existe valor de n para que se cumpla la condición.

---

14. Sea f una función definida en $\mathbb{R}$ tal $f'(x) > 0$ y $f''(x) > 1 + x$ para todo $x \in (0, +\infty)$. Consideremos las siguientes afirmaciones

(I) f es creciente en $(0, +\infty)$.

(II) f tiene curvatura positiva en $(0, +\infty)$.

(III) f no posee ni mínimo ni máximo local en $(0, +\infty)$.

☐ a) (I), (II) y (III) son verdaderas. ☐ b) (I) y (III) son falsas y (II) es verdadera.
☐ c) (I) y (II) son falsas y (III) es verdadera. ☐ d) (I) es verdadera y (II) y (III) son falsas.

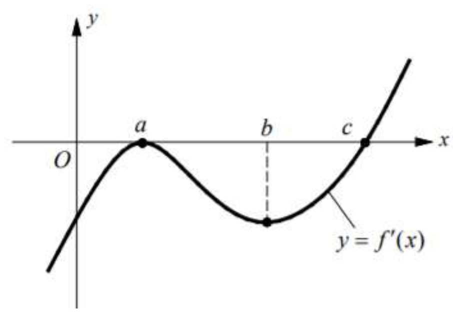
Cálculo 1 — Examen Final — 22/12/2021

Nombre: ______________________ LU/DNI: ______________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 5 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
En **condición libre: al menos 10 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	∅	COND	CALIF.

Marcar la **única** opción correcta de las cuatro disponibles. **FIRMA:**



1. Si f es dos veces derivables y f' el gráfico que se muestra arriba. Consideremos las siguientes afirmaciones:

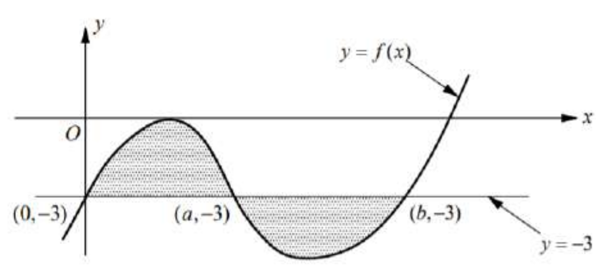
   (I) $f(c) > f(a)$.

   (II) f posee curvatura positiva en (b, c).

   (III) f tiene un mínimo relativo en $x = c$.

   ¿Cuáles de estas afirmaciones son verdaderas?

   ☐ a) Sólo (I). ☐ b) Sólo (II). ☐ c) Sólo (III). ☐ d) Sólo (II) y (III).



2. El gráfico de f y la recta $y = -3$ se intersectan en $(0, -3)$, $(a, -3)$ y $(b, -3)$. La suma de las áreas que encierran tales curvas (en color gris) está dada por:

   ☐ a) $\int_0^a [3 - f(x)]\, dx + \int_a^b [-3 + f(x)]\, dx$. ☐ b) $\int_0^a [-3 + f(x)]\, dx + \int_a^b [3 - f(x)]\, dx$.

   ☐ c) $\int_0^a [f(x) + 3]\, dx + \int_a^b [-3 - f(x)]\, dx$. ☐ d) $\int_0^a [f(x) - 3]\, dx + \int_a^b [3 - f(x)]\, dx$.

3. La ecuación de la recta tangente al $Gr(f)$ en $x = -1$ es $y = 5x + 7$. Entonces, si $g(x) = f(x^3 + x - 3)$, la recta tangente al $Gr(g)$ en $x = 1$ tiene pendiente igual a

   ☐ a) 5. ☐ b) 20. ☐ c) 2. ☐ d) 8.

4. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^3}{1 + n^{2p}}}$ con $p > 0$ converge para:

   ☐ a) $p > 2$ y diverge en otro caso. ☐ b) $p > \frac{3}{2}$ y diverge en otro caso .
   ☐ c) $p > \frac{5}{2}$ y diverge en otro caso. ☐ d) $p > 3$ y diverge en otro caso.

5. Sea f una función derivable $\mathbb{R}$ tal que $C_+(f) = \mathbb{R}$ y tal que $f'(x) - 2f(x) = 0$ con $f(0) = e$. Entonces $f(4)$ es igual a:

   ☐ a) e^5. ☐ b) e^9. ☐ c) $e^8 + e$. ☐ d) e^8.

6. Dada la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Si $0 < a_n < \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Entonces:

- ☐ a) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.
- ☐ b) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.
- ☐ c) No podemos determinar si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge o diverge.
- ☐ d) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge condicionalmente.

---

7. Si $F(x) = \dfrac{\int_0^{\alpha x^3} \operatorname{sen}(\sqrt[3]{t})\,\mathrm{dt}}{x^4}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$, entonces $\lim_{x \to 0^+} F(x) = 12$ si

- ☐ a) $\alpha = 8$.
- ☐ b) $\alpha = -8$
- ☐ c) $|\alpha| \neq 8$.
- ☐ d) No existe $\alpha \in \mathbb{R}$ para que se cumpla la igualdad.

---

8. Supongamos que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es una serie absolutamente convergente. Consideremos las siguientes afirmaciones:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es divergente.

(II) Si $\left|\sum_{n=1}^{\infty} a_n\right| = L$, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| > L$.

Luego,

- ☐ a) (I) es verdadera y (II) falsa.
- ☐ b) (II) es verdadera y (I) falsa.
- ☐ c) (I) y (II) son verdaderas.
- ☐ d) (I) y (II) son falsas.

---

9. Sea $f(x) = \begin{cases} (1+x^3)^{\frac{1}{x^2}} & \text{si} \quad x \in (-1,0) \cup (0,+\infty) \\ 1 & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$

Entonces,

- ☐ a) f es derivable en $x = 0$, $f'(0) = 1$.
- ☐ b) f es derivable en $x = 0$, $f'(0) = -1$.
- ☐ c) f es derivable en $x = 0$, $f'(0) = \frac{1}{2}$.
- ☐ d) f es derivable en $x = 0$, $f'(0) = 0$.

---

10. Si la suma de los n primeros términos (con $n \in \mathbb{N}$) de la serie $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ es $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = \dfrac{-3n+2}{n+1}$, entonces

- ☐ a) $a_k = \dfrac{6k-3}{k^2+k}$ $\forall k \geq 2$ y $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = -3$.
- ☐ b) $a_k = \dfrac{7}{k^2+k}$ $\forall k \geq 2$ y $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = -3$.
- ☐ c) $a_k = \dfrac{-3}{k^2+k}$ $\forall k \geq 2$ y $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = -3$.
- ☐ d) Ninguna de las otras.

---

11. El valor de $k < 0$ para que $\int_0^{1-k} \left(x(1-k) - x^2\right) dx = \dfrac{9}{2}$ es:

- ☐ a) $k = -2$.
- ☐ b) $k = -1$.
- ☐ c) $k = -3$.
- ☐ d) $k = \frac{-5}{2}$.

---

12. Sea $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $x > 1$. Las funciones $F(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$ y $G(x) = \int_1^{x^2} \frac{1}{at} dt$ verifican que:

- ☐ a) difieren en una constante si $a = 2$.
- ☐ b) no difieren en una constante para ningún valor de a.
- ☐ c) difieren en una constante si $a = 1$.
- ☐ d) Ninguna de las otras opciones es correcta.

---

13. Si f es una función continua en (a,b) con $f(a)f(b) < 0$ entonces

- ☐ a) existe $c \in (a,b)$ tal que $f(c) = 0$.
- ☐ b) $\left(\lim_{x \to a^+} f(x)\right)\left(\lim_{x \to b^-} f(x)\right) < 0$.
- ☐ c) No se dispone de suficiente información como para asegurar que existe $c \in (a,b)$ tal que $f(c) = 0$.
- ☐ d) Ninguna de las otras opciones es correcta.

---

14. Si f es una función continua en $[a,b]$, entonces

- ☐ a) f es derivable en $x = c$ para todo $c \in (a,b)$.
- ☐ b) f es monótona en $[a,b]$.
- ☐ c) f posee una primitiva en $[a,b]$.
- ☐ d) $Im(f) = [f(a), f(b)]$.

Cálculo 1 — Examen Final — 22/12/2021

Nombre: ______________________ LU/DNI: ______________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 5 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
En **condición libre: al menos 10 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	∅	COND	CALIF.

Marcar la **única** opción correcta de las cuatro disponibles. **FIRMA:**

---

1. Sea $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $x > 1$. Las funciones $F(x) = \int_1^x \frac{1}{t}dt$ y $G(x) = \int_1^{x^2} \frac{1}{at}dt$ verifican que:

☐ a) difieren en una constante si $a = 2$. ☐ b) no difieren en una constante para ningún valor de a.
☐ c) difieren en una constante si $a = 1$. ☐ d) Ninguna de las otras opciones es correcta.

---

2. Supongamos que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es una serie absolutamente convergente. Consideremos las siguientes afirmaciones:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es divergente. (II) Si $\left|\sum_{n=1}^{\infty} a_n\right| = L$, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| > L$.

Luego,

☐ a) (I) es verdadera y (II) falsa. ☐ b) (II) es verdadera y (I) falsa.
☐ c) (I) y (II) son verdaderas. ☐ d) (I) y (II) son falsas.

---

3. Si f es una función continua en (a, b) con $f(a)f(b) < 0$ entonces

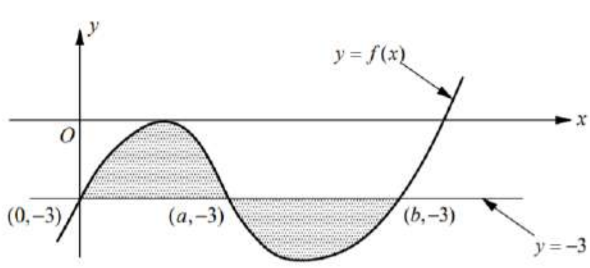
☐ a) existe $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$.
☐ b) $\left(\lim_{x\to a^+} f(x)\right)\left(\lim_{x\to b^-} f(x)\right) < 0$.
☐ c) No se dispone de suficiente información como para asegurar que existe $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$.
☐ d) Ninguna de las otras opciones es correcta.

---

4. Si f es una función continua en $[a, b]$, entonces

☐ a) f es derivable en $x = c$ para todo $c \in (a, b)$. ☐ b) f es monótona en $[a, b]$.

☐ c) f posee una primitiva en $[a, b]$. ☐ d) $Im(f) = [f(a), f(b)]$.



5. El gráfico de f y la recta $y = -3$ se intersectan en $(0, -3)$, $(a, -3)$ y $(b, -3)$. La suma de las áreas que encierran tales curvas (en color gris) está dada por:

☐ a) $\int_0^a [3 - f(x)]\, dx + \int_a^b [-3 + f(x)]\, dx$. ☐ b) $\int_0^a [-3 + f(x)]\, dx + \int_a^b [3 - f(x)]\, dx$.

☐ c) $\int_0^a [f(x) + 3]\, dx + \int_a^b [-3 - f(x)]\, dx$. ☐ d) $\int_0^a [f(x) - 3]\, dx + \int_a^b [3 - f(x)]\, dx$.

---

6. La ecuación de la recta tangente al $Gr(f)$ en $x = -1$ es $y = 5x + 7$. Entonces, si $g(x) = f(x^3 + x - 3)$, la recta tangente al $Gr(g)$ en $x = 1$ tiene pendiente igual a

☐ a) 5. ☐ b) 20. ☐ c) 2. ☐ d) 8.

7. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^3}{1+n^{2p}}}$ con $p > 0$ converge para:

☐ a) $p > 2$ y diverge en otro caso. ☐ b) $p > \frac{3}{2}$ y diverge en otro caso .
☐ c) $p > \frac{5}{2}$ y diverge en otro caso. ☐ d) $p > 3$ y diverge en otro caso.

---

8. Sea f una función derivable $\mathbb{R}$ tal que $C_+(f) = \mathbb{R}$ y tal que $f'(x) - 2f(x) = 0$ con $f(0) = e$. Entonces $f(4)$ es igual a:

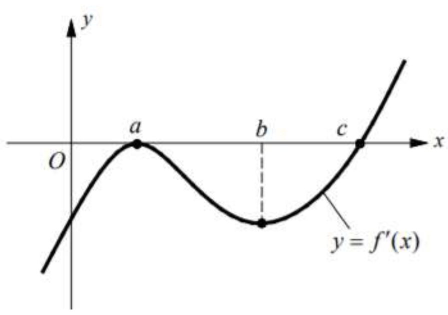
☐ a) e^5. ☐ b) e^9. ☐ c) $e^8 + e$. ☐ d) e^8.

---

9. Dada la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Si $0 < a_n < \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Entonces:

☐ a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge. ☐ b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.

☐ c) No podemos determinar si $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge o diverge. ☐ d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge condicionalmente.



10. Si f es dos veces derivables y f' el gráfico que se muestra arriba. Consideremos las siguientes afirmaciones:

(I) $f(c) > f(a)$.
(II) f posee curvatura positiva en (b, c).
(III) f tiene un mínimo relativo en $x = c$.

¿Cuáles de estas afirmaciones son verdaderas?

☐ a) Sólo (I). ☐ b) Sólo (II). ☐ c) Sólo (III). ☐ d) Sólo (II) y (III).

---

11. Si $F(x) = \dfrac{\displaystyle\int_0^{\alpha x^3} \operatorname{sen}(\sqrt[3]{t})\, \mathrm{dt}}{x^4}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$, entonces $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} F(x) = 12$ si

☐ a) $\alpha = 8$. ☐ b) $\alpha = -8$
☐ c) $|\alpha| \neq 8$. ☐ d) No existe $\alpha \in \mathbb{R}$ para que se cumpla la igualdad.

---

12. Sea $f(x) = \begin{cases} (1+x^3)^{\frac{1}{x^2}} & \text{si} \quad x \in (-1,0) \cup (0,+\infty) \\ 1 & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$

Entonces,

☐ a) f es derivable en $x = 0$, $f'(0) = 1$. ☐ b) f es derivable en $x = 0$, $f'(0) = -1$.
☐ c) f es derivable en $x = 0$, $f'(0) = \frac{1}{2}$. ☐ d) f es derivable en $x = 0$, $f'(0) = 0$.

---

13. Si la suma de los n primeros términos (con $n \in \mathbb{N}$) de la serie $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ es $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{-3n+2}{n+1}$, entonces

☐ a) $a_k = \dfrac{6k-3}{k^2+k}$ $\forall k \geq 2$ y $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = -3$. ☐ b) $a_k = \dfrac{7}{k^2+k}$ $\forall k \geq 2$ y $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = -3$.

☐ c) $a_k = \dfrac{-3}{k^2+k}$ $\forall k \geq 2$ y $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = -3$. ☐ d) Ninguna de las otras.

---

14. El valor de $k < 0$ para que $\displaystyle\int_0^{1-k} \left(x(1-k) - x^2\right) dx = \frac{9}{2}$ es:

☐ a) $k = -2$. ☐ b) $k = -1$. ☐ c) $k = -3$. ☐ d) $k = \frac{-5}{2}$.

Cálculo 1 — Examen Final — 16/02/2022

Nombre: ______________________ LU/DNI: ______________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 5 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
En **condición libre: al menos 10 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	∅	COND	CALIF.

Marcar la **única** opción correcta de las cuatro disponibles. **FIRMA:**

1. Si $h(x) = f^2(x) - g^2(x)$, $f'(x) = -g(x)$ y $g'(x) = f(x)$. Entonces $h'(x)$ es igual a:
   - ☐ a) 0 ☐ b) 1. ☐ c) $-4f(x)g(x)$. ☐ d) $(-g(x))^2 - (-f(x))^2$.

2. Sea g una función continua en $[0,1]$ tal que $g(0) = 1$ y $g(1) = 0$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones NO es necesariamente verdadera?
   - ☐ a) Existe $h \in [0,1]$ tal que $g(h) \geq g(x)$ para todo $x \in [0,1]$.
   - ☐ b) Para todo $a, b \in [0,1]$ si $a = b$ entonces $g(a) = g(b)$.
   - ☐ c) Existe $h \in [0,1]$ tal que $g(h) = \frac{1}{2}$.
   - ☐ d) Existe $k \in [0,1]$ tal que $g(k) = \frac{3}{2}$.

3. Si f es una función continua en $\mathbb{R}$ tal que su valor máximo es 5 y su valor mínimo es -7. Consideremos las siguientes afirmaciones:

   (I) El valor máximo de $f(|x|)$ es 5.

   (II)El valor máximo de $|f(x)|$ es 7.

   (III) El valor mínimo de $f(|x|)$ es 0.

   ¿Cuál de las anteriores afirmaciones son VERDADERAS?
   - ☐ a) Solo (I). ☐ b) Solo (II). ☐ c) Solo (I) y (II). ☐ d) Solo (II) y (III).

4. Sean f y g dos funciones derivables $\mathbb{R}$ tal que $g'(x) \neq 0$ si $x \neq 0$. Si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0 = \lim\limits_{x \to x_0} g(x)$ y existe $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ para algun $x_0 \in \mathbb{R}$, entonces
$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)},$$
   es igual a:
   - ☐ a) 0. ☐ b) $\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$.
   - ☐ c) $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$. ☐ d) $\frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g^2(x_0)}$.

5. Si $a_n = \left(\frac{(5+n)^{100}}{5^{n+1}}\right)\left(\frac{5^n}{(4+n)^{100}}\right)$, entonces $\lim\limits_{n \to \infty} a_n$, es igual a:
   - ☐ a) $\frac{1}{5}$. ☐ b) 1. ☐ c) $\frac{5}{4}$. ☐ d) $\left(\frac{5}{4}\right)^{100}$.

6. Si la recta $y = a$ con $a \in \mathbb{R}$ es una asíntota horizontal de f en $-\infty$, entonces:
   - ☐ a) $\lim\limits_{x \to a} [-f(x)] = +\infty$.
   - ☐ b) $\lim\limits_{x \to -\infty} [a - f(x)] = 0$.
   - ☐ c) $a \notin Dom(f)$.
   - ☐ d) $f(x) = a$ para todo $x \in Dom(f)$.

1.png 1.pdf 1.jpg 1.mps 1.jpeg 1.jbig2 1.jb2 1.PNG 1.PDF 1.JPG 1.JPEG 1.JBIG2 1.JB2 1.eps

7. Las regiones sombreadas A, B y C en el gráfico anterior, representan las áreas que determinan el gráfico de f con el Eje x. Si el área de la región A es 4, la de B es 3 y la de C es 2, respectivamente, entonces

$$\int_{-3}^{4} [f(x)+2]\, dx$$

es igual a:

☐ a) 8. ☐ b) 9. ☐ c) 11. ☐ d) 13.

---

8. Consideremos las siguientes series: $A = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n+3}$ y $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n e^n}{n!}$, entonces:

☐ a) A y B convergen condicionalmente.
☐ b) A converge condicionalmente y B converge absolutamente.
☐ c) A y B convergen absolutamente.
☐ d) Ninguna de las anteriores.

---

9. Sea f continua en $\mathbb{R}$ tal que

$$\int_0^{x^3} f\left(\sqrt[3]{t}\right)\, dt = \mathrm{e}^{x^2} - 1.$$

Entonces $f(1)$ es igual a:

☐ a) $\frac{2}{3}\mathrm{e}$. ☐ b) $2\mathrm{e}$. ☐ c) $\mathrm{e}-1$. ☐ d) $\frac{\mathrm{e}-1}{3}$.

---

10. Sea $\{a_n\}$ una sucesión de términos positivos tales que $\sqrt[n]{\dfrac{a_{n+1}}{a_n}} = \dfrac{3n-1}{2n}$. Si $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = l$ y $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\operatorname{sen}(a_n)}{a_n} = m$, entonces:

☐ a) $l = \frac{3}{2}, m = 1$. ☐ b) $l = 1, m = \operatorname{sen}(1)$. ☐ c) $l = -\infty, m = 0$. ☐ d) $l = +\infty, m = 0$.

---

11. La función f que satisface

$$f'(x) - \cos(3x)\sqrt{f(x)} = 0 \qquad \text{y} \qquad f(0) = 4$$

es

☐ a) $\left(\frac{\operatorname{sen}(3x)}{3} + 2\right)^2$. ☐ b) $(\cos(3x)+1)^2$. ☐ c) $3\operatorname{sen}(3x) + 4$. ☐ d) $\left(\frac{\operatorname{sen}(3x)}{6} + 2\right)^2$.

---

12. Si G es una primitiva de f entonces una primitiva de $x^2 f''(x)$ es

☐ a) $\frac{x^3}{3} f'(x) + G(x)$. ☐ b) $x^2 f'(x) - 2xf(x) + G(x)$. ☐ c) $\frac{x^4}{4} G(x)$.
☐ d) $x^2 f'(x) - 2xf(x) + 2G(x)$.

---

13. Si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es convergente entonces:

☐ a) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$. ☐ b) $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ es convergente.
☐ c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ es convergente. ☐ d) $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^p$ es convergente para todo $p \in \mathbb{R}$.

---

14. El radio de convergencia de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n x^{2n}}{\sqrt{n}}$$

es:

☐ a) $\frac{1}{2}$. ☐ b) $\frac{1}{4}$. ☐ c) 2. ☐ d) 4.

Cálculo 1 — Examen Final — 16/02/2022

Nombre: ____________________ LU/DNI: ____________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 5 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
En **condición libre: al menos 10 ejercicios correctos y ninguna incorrecta**
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	∅	COND	CALIF.

Marcar la **única** opción correcta de las cuatro disponibles. **FIRMA:**

---

1. Sea g una función continua en $[0,1]$ tal que $g(0)=1$ y $g(1)=0$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones NO es necesariamente verdadera?
   - ☐ a) Existe $h\in[0,1]$ tal que $g(h)\geq g(x)$ para todo $x\in[0,1]$.
   - ☐ b) Para todo $a,b\in[0,1]$ si $a=b$ entonces $g(a)=g(b)$.
   - ☐ c) Existe $h\in[0,1]$ tal que $g(h)=\frac{1}{2}$.
   - ☐ d) Existe $k\in[0,1]$ tal que $g(k)=\frac{3}{2}$.

---

2. Si f es una función continua en $\mathbb{R}$ tal que su valor máximo es 5 y su valor mínimo es -7. Consideremos las siguientes afirmaciones:

   (I) El valor máximo de $f(|x|)$ es 5.

   (II)El valor máximo de $|f(x)|$ es 7.

   (III) El valor mínimo de $f(|x|)$ es 0.

   ¿Cuál de las anteriores afirmaciones son VERDADERAS?

   ☐ a) Solo (I). ☐ b) Solo (II). ☐ c) Solo (I) y (II). ☐ d) Solo (II) y (III).

---

3. Si $a_n=\left(\frac{(5+n)^{100}}{5^{n+1}}\right)\left(\frac{5^n}{(4+n)^{100}}\right)$, entonces $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$, es igual a:

   ☐ a) $\frac{1}{5}$. ☐ b) 1. ☐ c) $\frac{5}{4}$. ☐ d) $\left(\frac{5}{4}\right)^{100}$.

1.png 1.pdf 1.jpg 1.mps 1.jpeg 1.jbig2 1.jb2 1.PNG 1.PDF 1.JPG 1.JPEG 1.JBIG2 1.JB2 1.eps

4. Las regiones sombreadas A, B y C en el gráfico anterior, representan las áreas que determinan el gráfico de f con el Eje x. Si el área de la región A es 4, la de B es 3 y la de C es 2, respectivamente, entonces

$$\int_{-3}^{4}[f(x)+2]\,dx$$

   es igual a:

   ☐ a) 8. ☐ b) 9. ☐ c) 11. ☐ d) 13.

---

5. Si la recta $y=a$ con $a\in\mathbb{R}$ es una asíntota horizontal de f en $-\infty$, entonces:
   - ☐ a) $\lim\limits_{x\to a}[-f(x)]=+\infty$.
   - ☐ b) $\lim\limits_{x\to-\infty}[a-f(x)]=0$.
   - ☐ c) $a\notin Dom(f)$.
   - ☐ d) $f(x)=a$ para todo $x\in Dom(f)$.

---

6. Consideremos las siguientes series: $A=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\sqrt{n}}{n+3}$ y $B=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n e^n}{n!}$, entonces:
   - ☐ a) A y B convergen condicionalmente.
   - ☐ b) A converge condicionalmente y B converge absolutamente.
   - ☐ c) A y B convergen absolutamente.
   - ☐ d) Ninguna de las anteriores.

---

7. Sea f continua en $\mathbb{R}$ tal que

$$\int_0^{x^3} f\left(\sqrt[3]{t}\right)\, dt = \mathrm{e}^{x^2} - 1.$$

Entonces $f(1)$ es igual a:

☐ a) $\frac{2}{3}\mathrm{e}$. ☐ b) $2\mathrm{e}$. ☐ c) $\mathrm{e}-1$. ☐ d) $\frac{\mathrm{e}-1}{3}$.

---

8. Si $h(x) = f^2(x) - g^2(x)$, $f'(x) = -g(x)$ y $g'(x) = f(x)$. Entonces $h'(x)$ es igual a:

☐ a) 0 ☐ b) 1. ☐ c) $-4f(x)g(x)$. ☐ d) $(-g(x))^2 - (-f(x))^2$.

---

9. Sea $\{a_n\}$ una sucesión de términos positivos tales que $\sqrt[n]{\dfrac{a_{n+1}}{a_n}} = \dfrac{3n-1}{2n}$. Si $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = l$ y $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\operatorname{sen}(a_n)}{a_n} = m$, entonces:

☐ a) $l = \frac{3}{2}, m = 1$. ☐ b) $l = 1, m = \operatorname{sen}(1)$. ☐ c) $l = -\infty, m = 0$. ☐ d) $l = +\infty, m = 0$.

---

10. La función f que satisface

$$f'(x) - \cos(3x)\sqrt{f(x)} = 0 \qquad \text{y} \qquad f(0) = 4$$

es

☐ a) $\left(\frac{\operatorname{sen}(3x)}{3} + 2\right)^2$. ☐ b) $(\cos(3x)+1)^2$. ☐ c) $3\operatorname{sen}(3x) + 4$. ☐ d) $\left(\frac{\operatorname{sen}(3x)}{6} + 2\right)^2$.

---

11. Si G es una primitiva de f entonces una primitiva de $x^2 f''(x)$ es

☐ a) $\frac{x^3}{3} f'(x) + G(x)$. ☐ b) $x^2 f'(x) - 2xf(x) + G(x)$. ☐ c) $\frac{x^4}{4} G(x)$.
☐ d) $x^2 f'(x) - 2xf(x) + 2G(x)$.

---

12. Si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es convergente entonces:

☐ a) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$. ☐ b) $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ es convergente.
☐ c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ es convergente. ☐ d) $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^p$ es convergente para todo $p \in \mathbb{R}$.

---

13. Sean f y g dos funciones derivables $\mathbb{R}$ tal que $g'(x) \neq 0$ si $x \neq 0$. Si $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 0 = \lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ y existe $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ para algun $x_0 \in \mathbb{R}$, entonces

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)},$$

es igual a:

☐ a) 0. ☐ b) $\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$.

☐ c) $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$. ☐ d) $\frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g^2(x_0)}$.

---

14. El radio de convergencia de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n x^{2n}}{\sqrt{n}}$$

es:

☐ a) $\frac{1}{2}$. ☐ b) $\frac{1}{4}$. ☐ c) 2. ☐ d) 4.

Cálculo 1 — Examen Final — 21/12/2022

Nombre: ______________________ LU/DNI: ______________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas.
Cada respuesta correcta tiene puntaje $\frac{10}{14}$ mientras que cada incorrecta resta $\frac{5}{28}$.
En **condición regular se aprueba con un puntaje mayor o igual a 4.**
En **condición libre se aprueba con un puntaje mayor o igual a 7.**

C	I	$\emptyset$	COND	CALIF.

Marcar la **única** opción correcta de las cuatro disponibles. **FIRMA:**

---

1. Si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función continua tal que $\int_2^5 f(x)\,dx = 4$ y $\int_1^5 (3f(x) + 4x)\,dx = 57$, entonces el valor de la integral $\int_1^2 f(x)\,dx$ es igual a:

   ☐ a) 1. ☐ b) 7. ☐ c) -1. ☐ d) Ninguna de las anteriores.

---

2. Sea f una función continua y negativa. Entonces $F(x) = -(x-8)^2 + \int_1^{3(8-x)} tf(t)\,dt$:

   ☐ a) tiene un máximo local en $x = 8$ ☐ b) tiene un mínimo local en $x = 8$
   ☐ c) no tiene ni máximo ni mínimo local en $x = 8$ ☐ d) Ninguna de las anteriores.

---

3. Sea f una función continua en $\mathbb{R}$ con $f(1) = 0$. Definimos $F(x) = \displaystyle\int_1^x \left(t \int_1^t f(s)\,ds\right) dx$, entonces

   ☐ a) $F'(1) = F''(1) = 0$ ☐ b) $F'(1) = F''(1) = 1$ ☐ c) $F'(1) = 1$ y $F''(1) = 0$

   ☐ d) $F'(1) = 0$ y $F''(1) = 1$

---

4. Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & si \quad x \neq 0 \\ 0 & si \quad x = 0 \end{cases}$ ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

   ☐ a) f es continua e integrable en $[0, 1]$.
   ☐ b) f es derivable en $x = 0$ y $\lim\limits_{x\to 0^+} f'(x) = f'(0)$.
   ☐ c) f es continua y acotada en $[0, 1]$.
   ☐ d) f es derivable en $x = 0$ y $\nexists \lim\limits_{x\to 0^+} f'(x)$.

---

5. Sea f un función definida en $\mathbb{R}$ que verifica $0 \leq f(x) \leq x^2$ para todo $x \in \mathbb{R}$, entonces

   ☐ a) $C_0(f) = \emptyset$
   ☐ b) $C_0(f') = \emptyset$
   ☐ c) f es derivable en $x = 0$.
   ☐ d) f no posee puntos críticos en $\mathbb{R}$

---

6. Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es una serie absolutamente convergente entonces

   ☐ a) $a_n \geq 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$ ☐ b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$ ☐ c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{1+a_n} - 1}{a_n} = \dfrac{1}{2}$

   ☐ d) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} < 1$

---

7. Sea f una función continua en $\mathbb{R}$ tal que $\displaystyle\int_0^x t f(t)\,dt = \operatorname{sen}(x) - x\cos(x)$, luego la ecuación de la recta tangente al $Gr(f)$ en $x = \frac{\pi}{2}$ es:

☐ a) $y = (x - \frac{\pi}{2}) + 1$ ☐ b) $y = (x - \frac{\pi}{2})$
☐ c) $y = 1$ ☐ d) Ninguna de las anteriores

---

8. Sea f una función derivable en $\mathbb{R}$ tal que $C_0(f) = \emptyset$ y $f'(x) - af(x) = 0$ con $f(0) = e$ y $f(1) = e^3$. Entonces a es igual a:

☐ a) 4. ☐ b) 3. ☐ c) 2. ☐ d) e.

---

9. Sea f una función tal que $f(1) = -1$, $f'(1) = 2$ y $f''(1) = 0$. Sea g una función tal que

$$g(x) = x^2[2f(x) + f'(x)]$$

para todo $x \in \mathbb{R}$. La ecuacion de la recta tangente al $Gr(g)$ en $x = 1$ es:

☐ a) $y = 4x - 4$. ☐ b) $y = 4x - 1$. ☐ c) $y = 4x$. ☐ d) $y = 4$.

---

10. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^3}{1 + n^{2p}}}$ con $p > 0$ converge para:

☐ a) $p > 2$ y diverge en otro caso. ☐ b) $p > \frac{3}{2}$ y diverge en otro caso .
☐ c) $p > \frac{5}{2}$ y diverge en otro caso. ☐ d) $p > 3$ y diverge en otro caso.

---

11. Supongamos que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es una serie absolutamente convergente. Consideremos las siguientes afirmaciones:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es convergente (II) Si $\left|\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n\right| = L$, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| > L$.

Luego,

☐ a) (I) es verdadera y (II) falsa. ☐ b) (II) es verdadera y (I) falsa.
☐ c) (I) y (II) son verdaderas. ☐ d) (I) y (II) son falsas.

---

12. Si $a_n = \begin{cases} \sqrt[n]{n} & \text{si } n \text{ es múltiplo de 5} \\ 2 + \dfrac{1}{n} & \text{en otro caso} \end{cases}$ es una sucesión entonces

☐ a) $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ no es acotada ☐ b) $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ es convergente
☐ c) $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ posee una subsucesión convergente ☐ d) ninguna de las anteriores

---

13. Sean f y g dos funciones continuas en $[a, b]$ tales que $f(a) = a, f(b) = b, g(a) = b$ y $g(b) = a$. Entonces

☐ a) $Im(f) = Im(g)$ ☐ b) $\exists\, x_1 \in (a, b)/f(x_1) = g(x_1)$
☐ c) $\exists\, x_2 \in (a, b)/f(x_2) = g(x_2) = \frac{a+b}{2}$ ☐ d) ninguna de las anteriores

---

14. El radio de convergencia de la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n x^{2n}}{\sqrt{n}}$ es

☐ a) $\frac{1}{2}$ ☐ b) $\frac{1}{4}$ ☐ c) 2 ☐ d) 4

Cálculo 1 — Examen Final — 21/12/2022

Nombre: ____________________ LU/DNI: ____________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas.
Cada respuesta correcta tiene puntaje $\frac{10}{14}$ mientras que cada incorrecta resta $\frac{5}{28}$.
En **condición regular se aprueba con un puntaje mayor o igual a 4.**
En **condición libre se aprueba con un puntaje mayor o igual a 7.**

C	I	∅	COND	CALIF.

Marcar la **única** opción correcta de las cuatro disponibles. **FIRMA:**

1. Sea f una función continua y negativa. Entonces $F(x) = -(x-8)^2 + \int_1^{3(8-x)} tf(t)\, dt$:
   - ☐ a) tiene un máximo local en $x = 8$
   - ☐ b) tiene un mínimo local en $x = 8$
   - ☐ c) no tiene ni máximo ni mínimo local en $x = 8$
   - ☐ d) Ninguna de las anteriores.

2. Sea f una función tal que $f(1) = -1$, $f'(1) = 2$ y $f''(1) = 0$. Sea g una función tal que
$$g(x) = x^2[2f(x) + f'(x)]$$
para todo $x \in \mathbb{R}$. La ecuacion de la recta tangente al $Gr(g)$ en $x = 1$ es:
   - ☐ a) $y = 4x - 4$.
   - ☐ b) $y = 4x - 1$.
   - ☐ c) $y = 4x$.
   - ☐ d) $y = 4$.

3. Sea f una función continua en $\mathbb{R}$ con $f(1) = 0$. Definimos $F(x) = \displaystyle\int_1^x \left(t \int_1^t f(s)\, ds\right) dx$, entonces
   - ☐ a) $F'(1) = F''(1) = 0$
   - ☐ b) $F'(1) = F''(1) = 1$
   - ☐ c) $F'(1) = 1$ y $F''(1) = 0$
   - ☐ d) $F'(1) = 0$ y $F''(1) = 1$

4. Si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función continua tal que $\int_2^5 f(x)\, dx = 4$ y $\int_1^5 (3f(x) + 4x)\, dx = 57$, entonces el valor de la integral $\int_1^2 f(x)\, dx$ es igual a:
   - ☐ a) 1.
   - ☐ b) 7.
   - ☐ c) -1.
   - ☐ d) Ninguna de las anteriores.

5. Sea f una función continua en $\mathbb{R}$ tal que $\displaystyle\int_0^x tf(t)\, dt = \operatorname{sen}(x) - x\cos(x)$, luego la ecuación de la recta tangente al $Gr(f)$ es:
   - ☐ a) $y = (x - \frac{\pi}{2}) + 1$
   - ☐ b) $y = (x - \frac{\pi}{2})$
   - ☐ c) $y = 1$
   - ☐ d) Ninguna de las anteriores

6. Sea f una función derivable en $\mathbb{R}$ tal que $C_0(f) = \emptyset$ y $f'(x) - af(x) = 0$ con $f(0) = e$ y $f(1) = e^3$. Entonces a es igual a:
   - ☐ a) 4.
   - ☐ b) 3.
   - ☐ c) 2.
   - ☐ d) e.

7. Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & si \quad x \neq 0 \\ 0 & si \quad x = 0 \end{cases}$ ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

- [ ] a) f es continua e integrable en $[0, 1]$.
- [ ] b) f es derivable en $x = 0$ y $\lim\limits_{x \to 0^+} f'(x) = f'(0)$.
- [ ] c) f es continua y acotada en $[0, 1]$.
- [ ] d) f es derivable en $x = 0$ y $\nexists \lim\limits_{x \to 0^+} f'(x)$.

---

8. Sea f un función definida en $\mathbb{R}$ que verifica $0 \leq f(x) \leq x^2$ para todo $x \in \mathbb{R}$, entonces

- [ ] a) $C_0(f) = \emptyset$
- [ ] b) $C_0(f') = \emptyset$
- [ ] c) f es derivable en $x = 0$.
- [ ] d) f no posee puntos críticos en $\mathbb{R}$

---

9. Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es una serie absolutamente convergente entonces

- [ ] a) $a_n \geq 0, \forall n \in \mathbb{N}$
- [ ] b) $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$
- [ ] c) $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{\sqrt{1 + a_n} - 1}{a_n} = \dfrac{1}{2}$
- [ ] d) $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} < 1$

---

10. Sean f y g dos funciones continuas en $[a, b]$ tales que $f(a) = a, f(b) = b, g(a) = b$ y $g(b) = a$. Entonces

- [ ] a) $Im(f) = Im(g)$
- [ ] b) $\exists\, x_1 \in (a, b) / f(x_1) = g(x_1)$
- [ ] c) $\exists\, x_2 \in (a, b) / f(x_2) = g(x_2) = \frac{a+b}{2}$
- [ ] d) ninguna de las anteriores

---

11. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^3}{1 + n^{2p}}}$ con $p > 0$ converge para:

- [ ] a) $p > 2$ y diverge en otro caso.
- [ ] b) $p > \frac{3}{2}$ y diverge en otro caso .
- [ ] c) $p > \frac{5}{2}$ y diverge en otro caso.
- [ ] d) $p > 3$ y diverge en otro caso.

---

12. Supongamos que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es una serie absolutamente convergente. Consideremos las siguientes afirmaciones:

(I) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es convergente

(II) Si $\left| \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n \right| = L$, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| > L$.

Luego,

- [ ] a) (I) es verdadera y (II) falsa.
- [ ] b) (II) es verdadera y (I) falsa.
- [ ] c) (I) y (II) son verdaderas.
- [ ] d) (I) y (II) son falsas.

---

13. Si $a_n = \begin{cases} \sqrt[n]{n} & \text{si } n \text{ es múltiplo de } 5 \\ 2 + \dfrac{1}{n} & \text{en otro caso} \end{cases}$ es una sucesión entonces

- [ ] a) $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ no es acotada
- [ ] b) $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es convergente
- [ ] c) $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ posee una subsucesión convergente
- [ ] d) ninguna de las anteriores

---

14. El radio de convergencia de la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n x^{2n}}{\sqrt{n}}$ es

- [ ] a) $\frac{1}{2}$
- [ ] b) $\frac{1}{4}$
- [ ] c) 2
- [ ] d) 4

Cálculo 1 — Examen Final — 18/12/2019

Nombre: ______________________ LU/DNI: ______________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 8 ejercicios correctos y haber respondido 2 con ***
En **condición libre: al menos 12 ejercicios correctos y haber respondido 4 con ***
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	∅	*	COND	CALIF.

Marcar la **única** opción correcta de las cuatro disponibles. **FIRMA:**

1. La siguiente primitiva $\int \frac{g'(x)}{2g(x)}\,dx$ es igual a:

☐ a) $\frac{1}{2}ln(|g(x)|)$ ☐ b) $\frac{1}{2}ln(g(x)) + C$, $C \in \mathbb{R}$ ☐ c) $\frac{1}{2}ln(g(x))$
☐ d) $\frac{1}{2}ln(|g(x)|) + C$, $C \in \mathbb{R}$

2. (*) Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es una serie absolutamente convergente entonces

☐ a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} < 1$ ☐ b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$ ☐ c) $\lim\limits_{n\to\infty} |a_n| = 0$
☐ d) $a_n \geq 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$

3. Si g es una función tal que $g(x) \geq \frac{1}{2}x + 1$ para todo $x \in \mathbb{R}$ y definimos $a_n = g(n)$ para cada $n \in \mathbb{N}$, entonces

☐ a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$ ☐ b) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$ ☐ c) $\lim\limits_{n\to\infty} a_{2n} = 0$ ☐ d) $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ es acotada

4. Si f es una función continua en $\mathbb{R}$ entonces

☐ a) $Dom(f) \neq \mathbb{R}$ ☐ b) $Im(f) = \mathbb{R}$ ☐ c) f no posee ninguna asíntota vertical
☐ d) f es acotada en $\mathbb{R}$

5. Si f una función tal que $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L_1$, con $L_1 \in \mathbb{R}$ entonces

☐ a) $f(x_0) \neq L_1$ ☐ b) $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(-x) = L_1$ ☐ c) $\lim\limits_{x\to x_0^+} -f(x) = L_1$

☐ d) $\left(\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)\right) - \left(\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)\right) = 0$

6. (*) La serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^{-n+(-1)^{2n}} x^{2n}$ tiene el siguiente intervalo de convergencia

☐ a) $(-3, 3)$ ☐ b) $(-3, 3]$ ☐ c) $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$ ☐ d) $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$

7. Sean $\{a_n\}, \{b_n\}$ dos sucesiones tales que para todo $n \in \mathbb{N}$ verifican $a_n < \frac{3}{\sqrt[3]{6n^3+5}} < b_n$. Si $A = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ y $B = \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ entonces sólo se puede afirmar que:

☐ a) A y B divergen ☐ b) A diverge ☐ c) B diverge ☐ d) A y B convergen

8. (*) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

☐ a) Si f es acotada en $[a, b]$ entonces f es integrable en $[a, b]$
☐ b) Si f es continua en $[a, b]$ entonces f es acotada en $[a, b]$
☐ c) Si f es derivable en (a, b) entonces f es continua en (a, b)
☐ d) Si f es continua en $[a, b]$ entonces f es integrable en $[a, b]$

9. Si $F(x) = \dfrac{\int_0^{x^2} \alpha \operatorname{sen}(\sqrt{t})\, dt}{x^3}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$ entonces $\lim_{x \to 0^+} F(x) = 1$ si

☐ a) $\alpha = \frac{2}{3}$ ☐ b) $\alpha = \frac{3}{2}$ ☐ c) $-\alpha = \frac{3}{2}$ ☐ d) $-\alpha = \frac{2}{3}$

10. Sea f con dominio igual a $\mathbb{R}$ tal que $|f(x)| \leq x^4 \; \forall x \in \mathbb{R}$, entonces

☐ a) f es acotada en $\mathbb{R}$ ☐ b) f es derivable en $\mathbb{R}$ ☐ c) $C_0(f) = \emptyset$
☐ d) $\lim_{x \to 0^+} f(x) \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

11. Supongamos que $h(x) = \operatorname{sen}(\pi f(x))$, $f(0) = 1$ y $f'(0) = a$. Entonces el valor de a para que la recta tangente al $Gr(h)$ en $x = 0$ sea $y = -3\pi x$ es

☐ a) $a = 3\pi$ ☐ b) $a = 3$ ☐ c) $a = -3\pi$ ☐ d) $a = -3$

12. (*) Sea f una función que satisface las hipótesis del Teorema del Bolzano en $[a, b]$, luego

☐ a) $C_+(f) \neq \emptyset$ ☐ b) $C_0(f) = \{a, b\}$ ☐ c) $C_0(f') \neq \emptyset$
☐ d) ninguna de las anteriores

13. Cúales de las siguientes sucesiones son convergentes?

(I) $a_n = \dfrac{5n}{2n-1}$ (II) $b_n = \dfrac{e^n}{n}$ (III) $c_n = \left(1 - \dfrac{e^n}{1+e^n}\right)\cos(n^3)$

☐ a) solo (I) . ☐ b) solo (II)
☐ c) solo (I) y (III) ☐ d) (I), (II) y (III)

14. Si $f'(x) = -f(x)$ y $f(1) = 1$, entonces

☐ a) $f(x) = \frac{1}{2}e^{-2x+2} + \frac{1}{2}$ ☐ b) $f(x) = e^{-x-1}$ ☐ c) $f(x) = e^{1-x}$ ☐ d) $f(x) = -e^{-x}$

15. Si f es una función con una asíntota vertical en $x = x_0$ entonces

☐ a) $x_0 \notin Dom(f)$ ☐ b) f no es continua en x_0
☐ c) f es continua en x_0 ☐ d) f es acotada en su dominio.

16. Si $f''(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$ entonces

☐ a) f posee al menos una asíntota vertical ☐ b) f' es creciente en $\mathbb{R}$
☐ c) f' no es continua en $\mathbb{R}$ ☐ d) ninguna de las anteriores

17. (*) Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad x \in \mathbb{Q} \\ -1 & \text{si} \quad x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \end{cases}$$

$\mathbb{Q}$ denota el conjunto de los números racionales. Entonces

☐ a) f es integrable en $\mathbb{R}$ ☐ b) f es derivable en $\mathbb{R}$
☐ c) f es continua en $\mathbb{R}$ ☐ d) f es acotada en $\mathbb{R}$

18. Si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es continua tal que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ entonces

☐ a) $Im(f) = \mathbb{R}$. ☐ b) $C_+(f) \neq \emptyset$ ☐ c) $C_0(f) \neq \emptyset$ ☐ d) $C_-(f) \neq \emptyset$

19. Si g es una función tal que $g'(0) = 5$ entonces

☐ a) $\lim_{x \to 0} \dfrac{g(x) - g(0)}{x} + 5 = 0$ ☐ b) $\lim_{x \to 0} \dfrac{g(x)}{x} = 5$ ☐ c) $\lim_{x \to 0} \dfrac{g(x) - g(0)}{x} - 5 = 0$
☐ d) ninguna de las anteriores

20. Si $f, g : [a, b] \to \mathbb{R}$ verifican que $f'(x) = g'(x)$ para todo $x \in (a, b)$, entonces

☐ a) $f(x) = g(x)$ para todo $x \in (a, b)$ ☐ b) $f(x) - g(x) = C$ con $C \in \mathbb{R}$ para todo $x \in (a, b)$
☐ c) $f''(x) \neq g''(x)$ para algún $x \in (a, b)$ ☐ d) ninguna de las anteriores

Cálculo 1 — Examen Final — 18/12/2019

Nombre: ____________________ LU/DNI: ____________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 8 ejercicios correctos y haber respondido 2 con ***
En **condición libre: al menos 12 ejercicios correctos y haber respondido 4 con ***
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	∅	*	COND	CALIF.

Marcar la **única** opción correcta de las cuatro disponibles. **FIRMA:**

---

1. Si g es una función tal que $g'(0) = 5$ entonces

☐ a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{g(x)-g(0)}{x} + 5 = 0$ ☐ b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{g(x)}{x} = 5$ ☐ c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{g(x)-g(0)}{x} - 5 = 0$
☐ d) ninguna de las anteriores

---

2. Si $f, g : [a,b] \to \mathbb{R}$ verifican que $f'(x) = g'(x)$ para todo $x \in (a,b)$, entonces

☐ a) $f(x) = g(x)$ para todo $x \in (a,b)$ ☐ b) $f(x) - g(x) = C$ con $C \in \mathbb{R}$ para todo $x \in (a,b)$
☐ c) $f''(x) \neq g''(x)$ para algún $x \in (a,b)$ ☐ d) ninguna de las anteriores

---

3. La siguiente primitiva $\displaystyle\int \frac{g'(x)}{2g(x)}\,dx$ es igual a:

☐ a) $\frac{1}{2}ln(|g(x)|)$ ☐ b) $\frac{1}{2}ln(g(x)) + C$, $C \in \mathbb{R}$ ☐ c) $\frac{1}{2}ln(g(x))$
☐ d) $\frac{1}{2}ln(|g(x)|) + C$, $C \in \mathbb{R}$

---

4. (*) Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es una serie absolutamente convergente entonces

☐ a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} < 1$ ☐ b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$ ☐ c) $\lim\limits_{n\to\infty} |a_n| = 0$
☐ d) $a_n \geq 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$

---

5. Si g es una función tal que $g(x) \geq \frac{1}{2}x + 1$ para todo $x \in \mathbb{R}$ y definimos $a_n = g(n)$ para cada $n \in \mathbb{N}$, entonces

☐ a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$ ☐ b) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$ ☐ c) $\lim\limits_{n\to\infty} a_{2n} = 0$ ☐ d) $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ es acotada

---

6. Si f es una función continua en $\mathbb{R}$ entonces

☐ a) $Dom(f) \neq \mathbb{R}$ ☐ b) $Im(f) = \mathbb{R}$ ☐ c) f no posee ninguna asíntota vertical
☐ d) f es acotada en $\mathbb{R}$

---

7. Si f una función tal que $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L_1$, con $L_1 \in \mathbb{R}$ entonces

☐ a) $f(x_0) \neq L_1$ ☐ b) $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(-x) = L_1$ ☐ c) $\lim\limits_{x\to x_0^+} -f(x) = L_1$

☐ d) $\left(\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)\right) - \left(\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)\right) = 0$

---

8. (*) La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n+(-1)^{2n}} x^{2n}$ tiene el siguiente intervalo de convergencia

☐ a) $(-3,3)$ ☐ b) $(-3,3]$ ☐ c) $(-\sqrt{3},\sqrt{3})$ ☐ d) $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$

---

9. Sean $\{a_n\}, \{b_n\}$ dos sucesiones tales que para todo $n \in \mathbb{N}$ verifican $a_n < \dfrac{3}{\sqrt[3]{6n^3+5}} < b_n$. Si $A = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ y $B = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ entonces sólo se puede afirmar que:

☐ a) A y B divergen ☐ b) A diverge ☐ c) B diverge ☐ d) A y B convergen

---

10. (*) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?
    - ☐ a) Si f es acotada en $[a,b]$ entonces f es integrable en $[a,b]$
    - ☐ b) Si f es continua en $[a,b]$ entonces f es acotada en $[a,b]$
    - ☐ c) Si f es derivable en (a,b) entonces f es continua en (a,b)
    - ☐ d) Si f es continua en $[a,b]$ entonces f es integrable en $[a,b]$

---

11. Si $F(x) = \dfrac{\displaystyle\int_0^{x^2} \alpha \operatorname{sen}(\sqrt{t})\, dt}{x^3}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$ entonces $\lim\limits_{x\to 0^+} F(x) = 1$ si

    ☐ a) $\alpha = \dfrac{2}{3}$ ☐ b) $\alpha = \dfrac{3}{2}$ ☐ c) $-\alpha = \dfrac{3}{2}$ ☐ d) $-\alpha = \dfrac{2}{3}$

---

12. Sea f con dominio igual a $\mathbb{R}$ tal que $|f(x)| \leq x^4\ \forall x \in \mathbb{R}$, entonces

    ☐ a) f es acotada en $\mathbb{R}$ ☐ b) f es derivable en $\mathbb{R}$ ☐ c) $C_0(f) = \emptyset$
    ☐ d) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

---

13. Supongamos que $h(x) = \operatorname{sen}(\pi f(x))$, $f(0) = 1$ y $f'(0) = a$. Entonces el valor de a para que la recta tangente al $Gr(h)$ en $x = 0$ sea $y = -3\pi x$ es

    ☐ a) $a = 3\pi$ ☐ b) $a = 3$ ☐ c) $a = -3\pi$ ☐ d) $a = -3$

---

14. (*) Sea f una función que satisface las hipótesis del Teorema del Bolzano en $[a,b]$, luego

    ☐ a) $C_+(f) \neq \emptyset$ ☐ b) $C_0(f) = \{a, b\}$ ☐ c) $C_0(f') \neq \emptyset$
    ☐ d) ninguna de las anteriores

---

15. Cúales de las siguientes sucesiones son convergentes?

    (I) $a_n = \dfrac{5n}{2n-1}$ (II) $b_n = \dfrac{e^n}{n}$ (III) $c_n = \left(1 - \dfrac{e^n}{1+e^n}\right)\cos(n^3)$

    ☐ a) solo (I) . ☐ b) solo (II)
    ☐ c) solo (I) y (III) ☐ d) (I), (II) y (III)

---

16. Si $f'(x) = -f(x)$ y $f(1) = 1$, entonces

    ☐ a) $f(x) = \dfrac{1}{2}e^{-2x+2} + \dfrac{1}{2}$ ☐ b) $f(x) = e^{-x-1}$ ☐ c) $f(x) = e^{1-x}$ ☐ d) $f(x) = -e^{-x}$

---

17. Si f es una función con una asíntota vertical en $x = x_0$ entonces

    ☐ a) $x_0 \notin Dom(f)$ ☐ b) f no es continua en x_0
    ☐ c) f es continua en x_0 ☐ d) f es acotada en su dominio.

---

18. Si $f''(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$ entonces

    ☐ a) f posee al menos una asíntota vertical ☐ b) f' es creciente en $\mathbb{R}$
    ☐ c) f' no es continua en $\mathbb{R}$ ☐ d) ninguna de las anteriores

---

19. (*) Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \ x \in \mathbb{Q} \\ \\ -1 & \text{si } \ x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \end{cases}$$

    $\mathbb{Q}$ denota el conjunto de los números racionales. Entonces

    ☐ a) f es integrable en $\mathbb{R}$ ☐ b) f es derivable en $\mathbb{R}$
    ☐ c) f es continua en $\mathbb{R}$ ☐ d) f es acotada en $\mathbb{R}$

---

20. Si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es continua tal que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ entonces

    ☐ a) $Im(f) = \mathbb{R}$. ☐ b) $C_+(f) \neq \emptyset$ ☐ c) $C_0(f) \neq \emptyset$ ☐ d) $C_-(f) \neq \emptyset$

Cálculo 1 — Examen Final — 15/07/2019

Nombre: ________________________ LU/DNI: ________________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 8 ejercicios correctos y haber respondido 2 con ***
En **condición libre: al menos 12 ejercicios correctos y haber respondido 4 con ***
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	∅	*	COND	CALIF.

MARCAR LA **única** OPCIÓN CORRECTA DE LAS CUATRO DISPONIBLES. **FIRMA:**

---

1. Sean $K = \int_0^1 x^{30}e^x dx$ y $L = \int_0^1 x^{31}e^x dx$ luego vale que:

☐ a) $L = e - 31K$ ☐ b) $L = e + 31K$ ☐ c) $L = e - \frac{1}{31}K$ ☐ d) $L = e + \frac{1}{31}K$

---

2. (*) Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua y positiva. Consideremos $A(x) = \int_0^x f(t)dt$. Entonces las afirmaciones:

(I) "A es creciente en $\mathbb{R}$ " (II) "si $x > 0$ entonces $A(x) > 0$."

☐ a) (I) es falsa y (II) es verdadera ☐ b) (I) y (II) son verdaderas ☐ c) (I) y (II) son falsas

☐ d) (I) es verdadera y (II) es falsa

---

3. Sean

$$\alpha = \lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{2n} \qquad \text{y} \qquad \beta = \lim_{n\to\infty}\frac{60n}{4n + \operatorname{sen}(n)}.$$

Entonces:

☐ a) $\alpha = +\infty$ o $\beta = +\infty$ ☐ b) $\dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{e^6}{12}$ ☐ c) $\dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{e^{2/3}}{15}$

☐ d) No existe α o β

---

4. La función f que satisface $xf'(x) = (x + 1)f(x)$ y $f(2) = e^2$ es

☐ a) $f(x) = x + e^x - 2$ ☐ b) $f(x) = x + e^2 + \ln(x)$ ☐ c) $f(x) = \frac{1}{2}xe^x$
☐ d) $f(x) = xe^x - e^2$

---

5. Sean $\{a_n\}, \{b_n\}$ dos sucesiones tales que para todo $n \in \mathbb{N}$ $a_n < \dfrac{2}{\sqrt[3]{5n^2+1}} < b_n$. Si $A = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ y $B = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ entonces sólo se puede afirmar que:

☐ a) A y B divergen ☐ b) A diverge ☐ c) B diverge
☐ d) A y B convergen

---

6. (*) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

☐ a) Si f es acotada en $[a, b]$ entonces f es integrable en $[a, b]$
☐ b) Si f es continua en $[a, b]$ entonces f es acotada en $[a, b]$
☐ c) Si f es derivable en (a, b) entonces f es continua en (a, b)
☐ d) Si f es continua en $[a, b]$ entonces f es integrable en $[a, b]$

---

7. Sea $0 < \alpha < 5$, tal que $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{3^n + \alpha^{n+1}}{5^n} = \frac{137}{10}$. Luego

☐ a) $\alpha = 1$ ☐ b) $\alpha = \frac{3}{2}$ ☐ c) $\alpha = 4$ ☐ d) $\alpha = \frac{1}{2}$

---

8. Sea $a > 0$ y $L = \lim\limits_{n\to+\infty}\frac{a^n}{n^5}$. Entonces

☐ a) $L = 0 \ \ \forall a \neq 1$ ☐ b) $L = +\infty \ \ \forall a \neq 1$
☐ c) $L = +\infty$ si $a > 1$; $L = 0$ si $0 < a < 1$ ☐ d) $L = 0$ si $a > 1$; $L = +\infty$ si $0 < a < 1$

---

9. Sea f derivable en $\mathbb{R}$ tal que $f(-3) = f(3) = 5$. Sea $g(x) = x\,f(x)$. Entonces **en el intervalo abierto** $(-3, 3)$,

☐ a) $Gr(f) \cap Gr(g) \neq \emptyset,\ C_0(f\,') \neq \emptyset,\ C_0(g) \neq \emptyset$ ☐ b) $Gr(f) \cap Gr(g) \neq \emptyset,\ C_0(f\,') \neq \emptyset,\ C_0(g) = \emptyset$

☐ c) $Gr(f) \cap Gr(g) = \emptyset,\ C_0(f\,') = \emptyset,\ C_0(g) = \emptyset$ ☐ d) $Gr(f) \cap Gr(g) \neq \emptyset,\ C_0(f\,') = \emptyset,\ C_0(g) \neq \emptyset$

10. Sea $f(x) = \sqrt[4]{\ln^2(x) - \ln(x)}$. El conjunto $C_+(f)$ es igual a

☐ a) $(0, 1) \cup (\mathrm{e}, +\infty)$ ☐ b) $(0, 1] \cup (\mathrm{e}, +\infty)$ ☐ c) $(0, +\infty)$
☐ d) $(0, 1) \cup (\mathrm{e}^2, +\infty)$

11. Sea f derivable en $x = 3$ con $f(3) = 2$ y $f\,'(3) = -1$. Si definimos $g(x) = (f(x))^2 + 1$, resulta

☐ a) $g(3) = 5;\ g\,'(3) = 1$ ☐ b) $g(3) = 10;\ g\,'(3) = 7$

☐ c) $g(3) = 5;\ g\,'(3) = -4$ ☐ d) $g(3) = -4;\ g\,'(3) = 5$

12. (*) El intervalo de convergencia de la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{n+1}(-2x)^{n-1}$ es:

☐ a) $(-1, 1)$ ☐ b) $[-1, 1]$ ☐ c) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ☐ d) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

13. (*) ¿Cúales de las siguientes sucesiones son divergentes?

(I) $a_n = \dfrac{5n}{2n-1}$ (II) $b_n = \dfrac{e^n}{n}$ (III) $c_n = \left(1 - \dfrac{e^n}{1+e^n}\right)\cos(n^3)$

☐ a) solo (I) . ☐ b) solo (II) ☐ c) solo (I) y (III)
☐ d) (I), (II) y (III)

14. Sea a_n una sucesión de términos positivos tal que $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = L$, con $L < \infty$, entonces:

☐ a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. ☐ b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{L}$ ☐ c) $\{a_n\}$ es una sucesión acotada
☐ d) $a_{n+1} \leq L a_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

15. Sea $h(x) = x^{x^2-1}$ luego

☐ a) $Dom(h) = \mathbb{R}$ ☐ b) $C_-(h) \neq \emptyset$ ☐ c) $C_+(h) = (0, +\infty)$ ☐ d) $C_0(h) = \{0\}$

16. Consideremos la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n^4+1)}$. SI S_n denota la n-ésima suma parcial de la serie entonces $S_3 - S_2$ es igual a:

☐ a) $\dfrac{1}{\ln(82)}$ ☐ b) $-\dfrac{1}{\ln(82)}$ ☐ c) $\dfrac{1}{\ln(82)} - \dfrac{1}{\ln(17)}$ ☐ d) ninguna de las anteriores

17. Si $f(x) = 4\ln(1 + 3x^2)$, la pendiente de la recta tangente al gráfico de f en $x = 1$ es:

☐ a) $4\ln(2)$ ☐ b) $4\ln(4)$ ☐ c) 6 ☐ d) $6\ln(2)$

18. Si $f(x) = \ln(x) + \sqrt{x}$ entonces

☐ a) $C_0(f) \neq \emptyset$ ☐ b) $C_0(f') \neq \emptyset$ ☐ c) $Im(f) \neq \mathbb{R}$
☐ d) f posee asíntota en $+\infty$

19. Si $f(x) = 2\ln(x-1)$ y $g(x) = \frac{1}{50}x^5 - x^2 - x$ entonces

☐ a) $Im(f) = Im(g)$ ☐ b) $Im(f) \neq Im(g)$ ☐ c) $C_0(f) = C_0(g)$
☐ d) $Dom(g) = Dom(f)$

20. (*) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA?

☐ a) Si f es continua en [0,4], derivable en $(0, 4)$ con $f(0) = f(4)$ entonces existe un único $c \in (0, 4)$ tal que $f'(c) = 0$.
☐ b) Si $f(a) = f(b)$, entonces existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = 0$.
☐ c) Si f derivable en $c \in (a, b)$ y $f'(c) = 0$, entonces c es un extremo local de f.
☐ d) Si $f'(x) > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ y $a < b$, entonces $f(a) < f(b)$.

Cálculo 1 — Examen Final — 15/07/2019

Nombre: ______________________ LU/DNI: ______________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 8 ejercicios correctos y haber respondido 2 con ***
En **condición libre: al menos 12 ejercicios correctos y haber respondido 4 con ***
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	$\emptyset$	*	COND	CALIF.

Marcar la **única** opción correcta de las cuatro disponibles. **FIRMA:**

---

1. Si $f(x) = \ln(x) + \sqrt{x}$ entonces

☐ a) $C_0(f) \neq \emptyset$ ☐ b) $C_0(f') \neq \emptyset$ ☐ c) $Im(f) \neq \mathbb{R}$
☐ d) f posee asíntota en $+\infty$

---

2. Si $f(x) = 2\ln(x-1)$ y $g(x) = \frac{1}{50}x^5 - x^2 - x$ entonces

☐ a) $Im(f) = Im(g)$ ☐ b) $Im(f) \neq Im(g)$ ☐ c) $C_0(f) = C_0(g)$
☐ d) $Dom(g) = Dom(f)$

---

3. (*) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA?

☐ a) Si f es continua en [0,4], derivable en $(0,4)$ con $f(0) = f(4)$ entonces existe un único $c \in (0,4)$ tal que $f'(c) = 0$.
☐ b) Si $f(a) = f(b)$, entonces existe $c \in (a,b)$ tal que $f'(c) = 0$.
☐ c) Si f derivable en $c \in (a,b)$ y $f'(c) = 0$, entonces c es un extremo local de f.
☐ d) Si $f'(x) > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$ y $a < b$, entonces $f(a) < f(b)$.

---

4. Sean $K = \int_0^1 x^{30}e^x dx$ y $L = \int_0^1 x^{31}e^x dx$ luego vale que:

☐ a) $L = e - 31K$ ☐ b) $L = e + 31K$ ☐ c) $L = e - \frac{1}{31}K$ ☐ d) $L = e + \frac{1}{31}K$

---

5. (*) Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua y positiva. Consideremos $A(x) = \int_0^x f(t)dt$. Entonces las afirmaciones:

(I) "A es creciente en $\mathbb{R}$" (II) "si $x > 0$ entonces $A(x) > 0$."

☐ a) (I) es falsa y (II) es verdadera ☐ b) (I) y (II) son verdaderas ☐ c) (I) y (II) son falsas
☐ d) (I) es verdadera y (II) es falsa

---

6. Sean

$$\alpha = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{2n} \qquad \text{y} \qquad \beta = \lim_{n\to\infty} \frac{60n}{4n + \operatorname{sen}(n)}.$$

Entonces:

☐ a) $\alpha = +\infty$ o $\beta = +\infty$ ☐ b) $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{e^6}{12}$ ☐ c) $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{e^{2/3}}{15}$
☐ d) No existe α o β

---

7. La función f que satisface $xf'(x) = (x+1)f(x)$ y $f(2) = e^2$ es

☐ a) $f(x) = x + e^x - 2$ ☐ b) $f(x) = x + e^2 + \ln(x)$ ☐ c) $f(x) = \frac{1}{2}xe^x$
☐ d) $f(x) = xe^x - e^2$

---

8. Sean $\{a_n\}, \{b_n\}$ dos sucesiones tales que para todo $n \in \mathbb{N}$ $a_n < \frac{2}{\sqrt[3]{5n^2+1}} < b_n$. Si $A = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ y $B = \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ entonces sólo se puede afirmar que:

☐ a) A y B divergen ☐ b) A diverge ☐ c) B diverge
☐ d) A y B convergen

---

9. (*) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?
   - ☐ a) Si f es acotada en $[a,b]$ entonces f es integrable en $[a,b]$
   - ☐ b) Si f es continua en $[a,b]$ entonces f es acotada en $[a,b]$
   - ☐ c) Si f es derivable en (a,b) entonces f es continua en (a,b)
   - ☐ d) Si f es continua en $[a,b]$ entonces f es integrable en $[a,b]$

---

10. Sea $0<\alpha<5$, tal que $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{3^n+\alpha^{n+1}}{5^n}=\frac{137}{10}$. Luego

☐ a) $\alpha=1$ ☐ b) $\alpha=\frac{3}{2}$ ☐ c) $\alpha=4$ ☐ d) $\alpha=\frac{1}{2}$

---

11. Sea $a>0$ y $L=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{a^n}{n^5}$. Entonces

☐ a) $L=0\ \ \forall a\neq 1$ ☐ b) $L=+\infty\ \ \forall a\neq 1$
☐ c) $L=+\infty$ si $a>1$; $L=0$ si $0<a<1$ ☐ d) $L=0$ si $a>1$; $L=+\infty$ si $0<a<1$

---

12. Sea f derivable en $\mathbb{R}$ tal que $f(-3)=f(3)=5$. Sea $g(x)=x\,f(x)$. Entonces **en el intervalo abierto** $(-3,3)$,

☐ a) $Gr(f)\cap Gr(g)\neq\emptyset,\ C_0(f')\neq\emptyset,\ C_0(g)\neq\emptyset$ ☐ b) $Gr(f)\cap Gr(g)\neq\emptyset,\ C_0(f')\neq\emptyset,\ C_0(g)=\emptyset$

☐ c) $Gr(f)\cap Gr(g)=\emptyset,\ C_0(f')=\emptyset,\ C_0(g)=\emptyset$ ☐ d) $Gr(f)\cap Gr(g)\neq\emptyset,\ C_0(f')=\emptyset,\ C_0(g)\neq\emptyset$

---

13. Sea $f(x)=\sqrt[4]{\ln^2(x)-\ln(x)}$. El conjunto $C_+(f)$ es igual a

☐ a) $(0,1)\cup(\mathrm{e},+\infty)$ ☐ b) $(0,1]\cup(\mathrm{e},+\infty)$ ☐ c) $(0,+\infty)$
☐ d) $(0,1)\cup(\mathrm{e}^2,+\infty)$

---

14. Sea f derivable en $x=3$ con $f(3)=2$ y $f'(3)=-1$. Si definimos $g(x)=(f(x))^2+1$, resulta

☐ a) $g(3)=5;\ g'(3)=1$ ☐ b) $g(3)=10;\ g'(3)=7$

☐ c) $g(3)=5;\ g'(3)=-4$ ☐ d) $g(3)=-4;\ g'(3)=5$

---

15. (*) El intervalo de convergencia de la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{n}{n+1}(-2x)^{n-1}$ es:

☐ a) $(-1,1)$ ☐ b) $[-1,1]$ ☐ c) $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ ☐ d) $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$

---

16. (*) ¿Cúales de las siguientes sucesiones son divergentes?

(I) $a_n=\dfrac{5n}{2n-1}$ (II) $b_n=\dfrac{e^n}{n}$ (III) $c_n=\left(1-\dfrac{e^n}{1+e^n}\right)\cos(n^3)$

☐ a) solo (I) . ☐ b) solo (II) ☐ c) solo (I) y (III)
☐ d) (I), (II) y (III)

---

17. Sea a_n una sucesión de términos positivos tal que $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{a_{n+1}}=L$, con $L<\infty$, entonces:

☐ a) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$. ☐ b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=\dfrac{1}{L}$ ☐ c) $\{a_n\}$ es una sucesión acotada
☐ d) $a_{n+1}\leq La_n\quad\forall n\in\mathbb{N}$

---

18. Sea $h(x)=x^{x^2-1}$ luego

☐ a) $Dom(h)=\mathbb{R}$ ☐ b) $C_-(h)\neq\emptyset$ ☐ c) $C_+(h)=(0,+\infty)$ ☐ d) $C_0(h)=\{0\}$

---

19. Consideremos la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln(n^4+1)}$. SI S_n denota la n-ésima suma parcial de la serie entonces S_3-S_2 es igual a:

☐ a) $\dfrac{1}{\ln(82)}$ ☐ b) $-\dfrac{1}{\ln(82)}$ ☐ c) $\dfrac{1}{\ln(82)}-\dfrac{1}{\ln(17)}$ ☐ d) ninguna de las anteriores

---

20. Si $f(x)=4\ln(1+3x^2)$, la pendiente de la recta tangente al gráfico de f en $x=1$ es:

☐ a) $4\ln(2)$ ☐ b) $4\ln(4)$ ☐ c) 6 ☐ d) $6\ln(2)$

Cálculo 1 — Examen Final — 23/07/2019

Nombre: ______________________ LU/DNI: ______________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 8 ejercicios correctos y haber respondido 2 con ***
En **condición libre: al menos 12 ejercicios correctos y haber respondido 4 con ***
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	∅	*	COND	CALIF.

Marcar la **única** opción correcta de las cuatro disponibles. **FIRMA:**

1. Si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifica que $f'(x) < 0$ para cualquier $x \in \mathbb{R}$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$, entonces

☐ a) $Im(f) \subseteq (1, +\infty)$ ☐ b) $C_0(f) \neq \emptyset$ ☐ c) $C_+(f) = \emptyset$ ☐ d) $C_-(f) \neq \emptyset$

2. (*)¿Cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA?

☐ a) Si f es acotada en $[a, b]$ entonces f es integrable en $[a, b]$
☐ b) Si f es continua en $x = x_0$ entonces f es derivable en $x = x_0$
☐ c) Si $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L < \infty$ entonces $f(x_0) = L$
☐ d) Si existe $f''(x_0)$ entonces f es continua en $x = x_0$

3. (*) Si $a_n = 2^{-n+(-1)^n}$, $L = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$ y $M = \lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a_n}$, entonces

☐ a) $L = M$ ☐ b) $L < M$ ☐ c) $L > M$ ☐ d) ninguna de las anteriores

4. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA?

☐ a) Si f es una función continua en el intervalo $[a, b]$, entonces f se anula en $[a, b]$.
☐ b) Si f se anula en $[a, b]$ entonces f es una función continua en $[a, b]$
☐ c) Si $f : [a, +\infty) \to \mathbb{R}$ es continua y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L > f(a)$, entonces $[f(a), L) \subset Im(f)$.
☐ d) Si $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ es una función continua, y $f(a).f(b) > 0$, entonces f no se anula en $[a, b]$.

5. Si f es una función con derivada primera continua en $\mathbb{R}$ entonces $\int e^{x/2} f(x)dx$ es igual a:

☐ a) $e^{x/2} f(x) - 2\displaystyle\int e^{x/2} f'(x)dx$ ☐ b) $2e^{x/2} f(x) - 2\displaystyle\int e^{x/2} f'(x)dx$
☐ c) $\frac{1}{2} e^{x/2} f(x) - 2\displaystyle\int e^{x/2} f'(x)dx$ ☐ d) $2e^{x/2} f(x) - \displaystyle\int e^{x/2} f'(x)dx$

6. El conjunto de todos los valores de x para los cuales el límite $\lim\limits_{n\to\infty} 3\left(\dfrac{x}{-2}\right)^n$ es finito es

☐ a) $(-2, 2)$ ☐ b) $[-2, 2)$ ☐ c) $[-2, 2]$ ☐ d) $(-2, 2]$

7. Si $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ es continua y verifica $\displaystyle\int_0^x f(t)\, dt = \int_x^1 f(t)\, dt$ para todo $x \in [0, 1]$ entonces

☐ a) $f(x) = 1$ en todo el intervalo $[0, 1]$. ☐ b) $f(x) = -1$ en todo el intervalo $[0, 1]$.
☐ c) $f(x) = \frac{1}{2}$ en todo el intervalo $[0, 1]$. ☐ d) $f(x) = 0$ en todo el intervalo $[0, 1]$.

8. Sean $M \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $f(x) = \dfrac{M}{4x} - \dfrac{M}{2x(e^{Mx} - 1)}$. Entonces $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = +\infty$ si M es igual a

☐ a) $\frac{1}{2}$ ☐ b) $-\frac{1}{2}$ ☐ c) -1 ☐ d) ninguna de las anteriores

9. (*) Si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función continua en $\mathbb{R}$ y no nula tal que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ entonces

☐ a) $C_0(f) \neq \emptyset$ ☐ b) $C_+(f) \neq \emptyset$ ☐ c) $C_-(f) \neq \emptyset$
☐ d) f posee máximo o mínimo absoluto en $\mathbb{R}$

10. Si f es una función derivable en $\mathbb{R}$ tal que $f(x) + e^{f(x)} = x$ para todo $x \in \mathbb{R}$ entonces

☐ a) f es decreciente en $\mathbb{R}$ ☐ b) $f(0) = 0$ ☐ c) f es creciente en $\mathbb{R}$
☐ d) ninguna de las anteriores

---

11. (*) Si $f(x) = \operatorname{arc\,tg}\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ entonces

☐ a) $C_0(f) = \emptyset$ ☐ b) $C_0(f') = \emptyset$ ☐ c) $Im(f) = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
☐ d) f no posee asíntota en $+\infty$

---

12. Para cada $n \in \mathbb{N}$ consideremos $a_n = \displaystyle\int_e^n \frac{1}{x(\ln(x))^2} dx$. Luego vale que

☐ a) a_n es divergente ☐ b) a_n es convergente a 2 ☐ c) a_n es convergente a 1
☐ d) a_n es convergente a 0

---

13. Si $\displaystyle\lim_{x\to x_0} f(x) = 0$ y $f'(x) \neq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$ entonces

☐ a) $\displaystyle\lim_{x\to x_0} \frac{\operatorname{arcsen}(f(x))}{f(x)} = 0$ ☐ b) $\displaystyle\lim_{x\to x_0} \frac{\operatorname{arcsen}(f(x))}{f(x)} = -1$
☐ c) $\displaystyle\lim_{x\to x_0} \frac{\ln(1+f(x))}{f(x)} = -1$ ☐ d) $\displaystyle\lim_{x\to x_0} \frac{\ln(1+f(x))}{f(x)} = 1$

---

14. Si $\{S_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ es la sucesión de sumas parciales de la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ entonces

☐ a) $S_{n+1} \geq S_n \ \forall n \in \mathbb{N}$ ☐ b) $S_{n+1} \leq S_n \ \forall n \in \mathbb{N}$ ☐ c) $S_n \geq 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$
☐ d) ninguna de las anteriores

---

15. Si $F(x) = \dfrac{\displaystyle\int_{x^2}^{0} \alpha \operatorname{sen}(\sqrt{t})\, dt}{x^3}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$ entonces $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} F(x) = 1$ si

☐ a) $\alpha = \dfrac{2}{3}$ ☐ b) $\alpha = \dfrac{3}{2}$ ☐ c) $-\alpha = \dfrac{3}{2}$ ☐ d) $-\alpha = \dfrac{2}{3}$

---

16. (*) Consideremos, la serie $(I) = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos^3 n}{3^n + n^2}$. Luego

☐ a) (I) no satisface al condición necesaria
☐ b) (I) converge por el criterio de Leibntiz
☐ c) (I) converge condicionalmente
☐ d) (I) converge por el criterio de comparación

---

17. Si f es una función continua en x_0 entonces

☐ a) $|f|$ es una función continua en x_0 ☐ b) $\dfrac{1}{f}$ es una función continua en x_0
☐ c) $\sqrt{f}$ es una función continua en x_0 ☐ d) $\ln(f)$ es una función continua en x_0

---

18. La serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^p}{1+4^n}$ con $p > 0$ converge

☐ a) sólo si $p > 4$ ☐ b) para todo $p > 0$ ☐ c) para ningún valor de p
☐ d) sólo si $0 < p < 4$

---

19. El intervalo de convergencia de la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3}{4^n} x^{2n}$ es

☐ a) $[-2, 2]$ ☐ b) $[-4, 4]$ ☐ c) $(-2, 2)$ ☐ d) $(-4, 4)$

---

20. El área de la región comprendida entre el gráfico de $f(x) = \sqrt[3]{x-8}$, el eje y e $y = 2$ se obtiene con:

☐ a) $\int_0^{16} (2 - f(x))dx$ ☐ b) $\int_0^{8} (f(x) - 2)dx + \int_8^{16} (2 - f(x))dx$

☐ c) $\int_0^{8} (2 - f(x))dx + \int_8^{16} (f(x) - 2)dx$ ☐ d) $\int_0^{16} (f(x) - 2)dx$

Cálculo 1 — Examen Final — 23/07/2019

Nombre: ______________________ LU/DNI: ______________________

Para aprobar el examen es necesario:
Tener más respuestas correctas que incorrectas
En **condición regular: al menos 8 ejercicios correctos y haber respondido 2 con ***
En **condición libre: al menos 12 ejercicios correctos y haber respondido 4 con ***
No es necesario contestar todos los ejercicicios

C	I	$\emptyset$	*	COND	CALIF.

Marcar la **única** opción correcta de las cuatro disponibles. **FIRMA:**

---

1. Si f es una función continua en x_0 entonces

☐ a) $|f|$ es una función continua en x_0 ☐ b) $\frac{1}{f}$ es una función continua en x_0
☐ c) $\sqrt{f}$ es una función continua en x_0 ☐ d) $\ln(f)$ es una función continua en x_0

---

2. La serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^p}{1+4^n}$ con $p>0$ converge

☐ a) sólo si $p>4$ ☐ b) para todo $p>0$ ☐ c) para ningún valor de p
☐ d) sólo si $0<p<4$

---

3. El intervalo de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3}{4^n} x^{2n}$ es

☐ a) $[-2,2]$ ☐ b) $[-4,4]$ ☐ c) $(-2,2)$ ☐ d) $(-4,4)$

---

4. El área de la región comprendida entre el gráfico de $f(x)=\sqrt[3]{x-8}$, el eje y e $y=2$ se obtiene con:

☐ a) $\int_0^{16}(2-f(x))dx$ ☐ b) $\int_0^{8}(f(x)-2)dx+\int_8^{16}(2-f(x))dx$

☐ c) $\int_0^{8}(2-f(x))dx+\int_8^{16}(f(x)-2)dx$ ☐ d) $\int_0^{16}(f(x)-2)dx$

---

5. Si $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ verifica que $f'(x)<0$ para cualquier $x\in\mathbb{R}$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$, entonces

☐ a) $Im(f)\subseteq(1,+\infty)$ ☐ b) $C_0(f)\neq\emptyset$ ☐ c) $C_+(f)=\emptyset$ ☐ d) $C_-(f)\neq\emptyset$

---

6. (*)¿Cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA?

☐ a) Si f es acotada en $[a,b]$ entonces f es integrable en $[a,b]$
☐ b) Si f es continua en $x=x_0$ entonces f es derivable en $x=x_0$
☐ c) Si $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=L<\infty$ entonces $f(x_0)=L$
☐ d) Si existe $f''(x_0)$ entonces f es continua en $x=x_0$

---

7. (*) Si $a_n=2^{-n+(-1)^n}$, $L=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$ y $M=\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt[n]{a_n}$, entonces

☐ a) $L=M$ ☐ b) $L<M$ ☐ c) $L>M$ ☐ d) ninguna de las anteriores

---

8. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es VERDADERA?

☐ a) Si f es una función continua en el intervalo $[a,b]$, entonces f se anula en $[a,b]$.
☐ b) Si f se anula en $[a,b]$ entonces f es una función continua en $[a,b]$
☐ c) Si $f:[a,+\infty)\to\mathbb{R}$ es continua y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=L>f(a)$, entonces $[f(a),L)\subset Im(f)$.
☐ d) Si $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ es una función continua, y $f(a).f(b)>0$, entonces f no se anula en $[a,b]$.

---

9. Si f es una función con derivada primera continua en $\mathbb{R}$ entonces $\int e^{x/2}f(x)dx$ es igual a:

☐ a) $e^{x/2}f(x)-2\int e^{x/2}f'(x)dx$ ☐ b) $2e^{x/2}f(x)-2\int e^{x/2}f'(x)dx$
☐ c) $\frac{1}{2}e^{x/2}f(x)-2\int e^{x/2}f'(x)dx$ ☐ d) $2e^{x/2}f(x)-\int e^{x/2}f'(x)dx$

---

10. El conjunto de todos los valores de x para los cuales el límite $\lim_{n\to\infty} 3\left(\frac{x}{-2}\right)^n$ es finito es

☐ a) $(-2, 2)$ ☐ b) $[-2, 2)$ ☐ c) $[-2, 2]$ ☐ d) $(-2, 2]$

---

11. Si $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ es continua y verifica $\int_0^x f(t)\, dt = \int_x^1 f(t)\, dt$ para todo $x \in [0, 1]$ entonces

☐ a) $f(x) = 1$ en todo el intervalo $[0, 1]$. ☐ b) $f(x) = -1$ en todo el intervalo $[0, 1]$.
☐ c) $f(x) = \frac{1}{2}$ en todo el intervalo $[0, 1]$. ☐ d) $f(x) = 0$ en todo el intervalo $[0, 1]$.

---

12. Sean $M \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $f(x) = \frac{M}{4x} - \frac{M}{2x(e^{Mx} - 1)}$. Entonces $\lim_{x\to 0^-} f(x) = +\infty$ si M es igual a

☐ a) $\frac{1}{2}$ ☐ b) $-\frac{1}{2}$ ☐ c) -1 ☐ d) ninguna de las anteriores

---

13. (*) Si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función continua en $\mathbb{R}$ y no nula tal que $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ y $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ entonces

☐ a) $C_0(f) \neq \emptyset$ ☐ b) $C_+(f) \neq \emptyset$ ☐ c) $C_-(f) \neq \emptyset$
☐ d) f posee máximo o mínimo absoluto en $\mathbb{R}$

---

14. Si f es una función derivable en $\mathbb{R}$ tal que $f(x) + e^{f(x)} = x$ para todo $x \in \mathbb{R}$ entonces

☐ a) f es decreciente en $\mathbb{R}$ ☐ b) $f(0) = 0$ ☐ c) f es creciente en $\mathbb{R}$
☐ d) ninguna de las anteriores

---

15. (*) Si $f(x) = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ entonces

☐ a) $C_0(f) = \emptyset$ ☐ b) $C_0(f') = \emptyset$ ☐ c) $Im(f) = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
☐ d) f no posee asíntota en $+\infty$

---

16. Para cada $n \in \mathbb{N}$ consideremos $a_n = \int_e^n \frac{1}{x(\ln(x))^2} dx$. Luego vale que

☐ a) a_n es divergente ☐ b) a_n es convergente a 2 ☐ c) a_n es convergente a 1
☐ d) a_n es convergente a 0

---

17. Si $\lim_{x\to x_0} f(x) = 0$ y $f'(x) \neq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$ entonces

☐ a) $\lim_{x\to x_0} \frac{\operatorname{arcsen}(f(x))}{f(x)} = 0$ ☐ b) $\lim_{x\to x_0} \frac{\operatorname{arcsen}(f(x))}{f(x)} = -1$
☐ c) $\lim_{x\to x_0} \frac{\ln(1+f(x))}{f(x)} = -1$ ☐ d) $\lim_{x\to x_0} \frac{\ln(1+f(x))}{f(x)} = 1$

---

18. Si $\{S_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ es la sucesión de sumas parciales de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ entonces

☐ a) $S_{n+1} \geq S_n \ \forall n \in \mathbb{N}$ ☐ b) $S_{n+1} \leq S_n \ \forall n \in \mathbb{N}$ ☐ c) $S_n \geq 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$
☐ d) ninguna de las anteriores

---

19. Si $F(x) = \dfrac{\int_{x^2}^0 \alpha \operatorname{sen}(\sqrt{t})\, dt}{x^3}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$ entonces $\lim_{x\to 0^+} F(x) = 1$ si

☐ a) $\alpha = \frac{2}{3}$ ☐ b) $\alpha = \frac{3}{2}$ ☐ c) $-\alpha = \frac{3}{2}$ ☐ d) $-\alpha = \frac{2}{3}$

---

20. (*) Consideremos, la serie $(I) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + \cos^3 n}{3^n + n^2}$. Luego

☐ a) (I) no satisface al condición necesaria
☐ b) (I) converge por el criterio de Leibntiz
☐ c) (I) converge condicionalmente
☐ d) (I) converge por el criterio de comparación