

27/09/2023

TEMA 1

Hoja 1 de 4

APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	
TEL:	DOCENTE (nombre y apellido):
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 40'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Determinar el/los puntos del plano de abscisa negativa y ordenada 3, distante 5 unidades del punto $A = (2; -1)$.

Definimos las coordenadas del punto que queremos encontrar: $P = (x; 3)$ considerando que $x \in \mathbb{R}^-$ por tratarse de una abscisa negativa.

Consideramos la distancia entre los puntos P y A :

$$d_{\overline{PA}} = \sqrt{(x - 2)^2 + (3 + 1)^2}$$

$$5 = \sqrt{(x - 2)^2 + (3 + 1)^2}$$

$$25 = (x - 2)^2 + (4)^2$$

$$25 - 16 = (x - 2)^2$$

$$9 = (x - 2)^2$$

$$\sqrt{9} = \sqrt{(x - 2)^2}$$

$$3 = |x - 2|$$

En consecuencia: $x = 5$ o bien $x = -1$

Como $x \in \mathbb{R}^-$, resulta: $P = (-1; 3)$

Para resolver este ejercicio resignificamos el concepto de distancia entre dos puntos. Este concepto se encuentran en el apunte teórico "Distancia entre puntos" correspondiente a la unidad Números reales y plano cartesiano.

2. Calcular $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x + 1}{x^2 + 1}$

A partir de lo estudiado en la unidad "Estudio de funciones", límite de funciones, conviene dividir el numerador y el denominador de la expresión algebraica fraccionaria por x elevada a la mayor potencia que aparezca tanto en el numerador como del denominador a los efectos de "salvar" la indeterminación (cociente de infinitos). Luego se distribuye, quedan cocientes de potencias de igual base que se resuelven y se toma el límite.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x + 1}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x^3 + 2x + 1}{x^3}}{\frac{x^2 + 1}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x^3}{x^3} + \frac{2x}{x^3} + \frac{1}{x^3}}{\frac{x^2}{x^3} + \frac{1}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}} = \infty$$

El límite es infinito porque el numerador tiende a 3 y el denominador a cero cuando x tiende a infinito. (los términos que son cocientes entre constantes y x elevada a alguna potencia tienden a cero porque se tiene un número dividido por una cantidad que crece indefinidamente)

En definitiva,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x + 1}{x^2 + 1} = \infty$$

APELLIDO Y NOMBRE:

DNI:

TEMA 1
Hoja 3 de 4

3. Dada la función cuadrática $f(x) = ax^2 + 2x + 3$ con vértice en el punto $(1; 4)$, hallar a y las raíces de la función.

Sabiendo el vértice, podemos hallar el valor de a (Tema: función cuadrática)

$$\begin{aligned}f(1) &= 4 \\a \cdot (1)^2 + 2 \cdot 1 + 3 &= 4 \\a + 2 + 3 &= 4 \\a + 5 &= 4 \\a &= 4 - 5 \\a &= -1\end{aligned}$$

Entonces, la función es $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

Sabiendo que $a = -1, b = 2$ y $c = 3$, podemos sacar las raíces utilizando la fórmula resolvente:

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \\x_1 &= \frac{-2 + \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3}}{2 \cdot (-1)} \text{ o } x_2 = \frac{-2 - \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3}}{2 \cdot (-1)} \\x_1 &= -1 \text{ o bien } x_2 = 3\end{aligned}$$

APELLIDO Y NOMBRE:

DNI:

TEMA 1
Hoja 4 de 4

4. Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{x}$, $h(x) = x^2 - 1$, hallar $f \circ h$ y $h \circ f$

Primero realizamos la composición $f \circ h(x)$:

$$f \circ h(x) = f(h(x)) = \sqrt{x^2 - 1}$$

Ahora determinemos la composición $h \circ f(x)$:

$$\begin{aligned} h \circ f(x) &= h(f(x)) = (\sqrt{x})^2 - 1 \\ &= x - 1 \end{aligned}$$

Podés repasar el tema de Composición de Funciones en el apunte teórico de la Unidad 3 llamado Composición de Funciones y en los ejercicios del TP.3.