



Matemática

Clave de corrección primer parcial

Segundo turno – Tema 2 - 23/04/2019

Ejercicio 1 (2 puntos)

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $B = (-1; 3)$ y es paralela a la recta $y = 2x + 1$. La recta hallada, ¿pasa por el origen de coordenadas?

Sea $y = mx + b$ la ecuación de la recta que buscamos.

Por ser paralela a la recta $y = 2x + 1$ sabemos que $m = 2$. Por otro lado, como pasa por el punto $B = (-1; 3)$, sabemos que $3 = m(-1) + b$.

Entonces:

$$m = 2$$

$$3 = 2(-1) + b \quad \leftrightarrow \quad 3 = -2 + b \quad \leftrightarrow \quad b = 5$$

La ecuación de la recta es

$$y = 2x + 5$$

Para responder si pasa por el origen de coordenadas debemos verificar si pasa por el punto $(0; 0)$, pero cuando $x = 0$ tenemos que $y = 2 \cdot 0 + 5 = 5 \neq 0$, **la recta no pasa por el origen de coordenadas.**

Ejercicio 2 (3 puntos)

Dadas las funciones

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 8 \quad h(x) = bx + 3$$

hallar el valor de la constante $b \in \mathbb{R}$ si se sabe que $h \circ g^{-1}(2) = 4$

En primer término hallamos la función inversa de g .



Partiendo de $y = \frac{1}{2}x + 8$ despejamos la expresión de x :

$$y - 8 = \frac{1}{2}x$$

$$2(y - 8) = x$$

$$2y - 16 = x$$

Haciendo un cambio en el nombre de las variables

$$g^{-1}(x) = 2x - 16$$

Ahora hallamos la expresión de la función $h \circ g^{-1}$

$$h \circ g^{-1}(x) = h(g^{-1}(x)) = b(2x - 16) + 3$$

Entonces,

$$h \circ g^{-1}(2) = 4$$

$$b(2 \cdot 2 - 16) + 3 = 4$$

$$-12b + 3 = 4$$

$$-12b = 1$$

$$b = -\frac{1}{12}$$

Ejercicio 3 (2 puntos)

Hallar la ecuación y las coordenadas del vértice de la parábola cuyas raíces son $x = -2$ y $x = 4$, y además pasa por el punto $P = (3; -10)$.

La parábola tiene como raíces a $x = -2$ y $x = 4$. Entonces, podemos expresar la ecuación como:

$$y = a(x - (-2))(x - 4)$$

$$y = a(x + 2)(x - 4)$$

Para hallar el valor de la constante " a " usamos la información de que pasa por el punto $(3; -10)$:

$$-10 = a(3 + 2)(3 - 4)$$

$$-10 = a(5)(-1)$$

$$-10 = -5a \quad \rightarrow \quad a = 2$$

La ecuación de la parábola es $y = 2(x + 2)(x - 4) = 2x^2 - 4x - 16$

Las coordenadas del vértice son:



$$x_v = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$
$$y_v = 2(1 + 2)(1 - 4) = -18$$

Vértice = (1; -18)

Otra forma de hallar la coordenada "x" del vértice:

$$y = 2(x + 2)(x - 4) = 2(x^2 - 4x + 2x - 8) = 2x^2 - 4x - 16$$

$$x_v = \frac{-(-4)}{2 \cdot (2)} = 1$$

Otra forma de resolver el ejercicio:

Sea $y = ax^2 + bx + c$ la ecuación de la parábola.

Como pasa por los puntos (3; -10) , (-2; 0) y (4; 0) tenemos que

$$0 = a(-2)^2 + b(-2) + c \rightarrow 0 = 4a - 2b + c$$

$$0 = a(4)^2 + b(4) + c \rightarrow 0 = 16a + 4b + c$$

$$-10 = a(3)^2 + b(3) + c \rightarrow -10 = 9a + 3b + c$$

Llegamos a un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas:

$$0 = 4a - 2b + c \quad (1)$$

$$0 = 16a + 4b + c \quad (2)$$

$$-10 = 9a + 3b + c \quad (3)$$

Despejamos c de la ecuación (1)

$$c = -4a + 2b$$

Reemplazando este valor en la ecuación (2) y despejando b

$$0 = 16a + 4b + (-4a + 2b) \rightarrow 0 = 16a + 4b - 4a + 2b \rightarrow 0 = 12a + 6b$$

$$\therefore b = -2a$$

Como

$$c = -4a + 2b \rightarrow c = -4a + 2(-2a) \therefore c = -8a$$

Reemplazando estos valores en la ecuación (3)

$$-10 = 9a + 3(-2a) + (-8a)$$

$$-10 = 9a - 6a - 8a \rightarrow a = 2$$

$$\therefore b = -4, c = -16$$

La ecuación de la parábola es **$y = 2x^2 - 4x - 16$**

Hallamos las coordenadas del vértice:



$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(4)}{2 \cdot (2)} = -1$$

$$y_v = 2(-1)^2 - 4(-1) - 16 = -18$$

Vértice = (-1; -18)

Ejercicio 4 (3 puntos)

Expresar como intervalo o unión de intervalos el conjunto

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{4x - 5}{x - 2} \leq 2 - x \right\}$$

Resolvemos la inecuación:

$$\frac{4x - 5}{x - 2} \leq 2 - x$$

$$\frac{4x - 5}{x - 2} - 2 + x \leq 0$$

$$\frac{4x - 5 - 2(x - 2) + x(x - 2)}{x - 2} \leq 0$$

$$\frac{4x - 5 - 2x + 4 + x^2 - 2x}{x - 2} \leq 0$$

$$\frac{x^2 - 1}{x - 2} \leq 0$$

El cociente es un número menor o igual a cero si:

- $x^2 - 1 \leq 0$ **y** $x - 2 > 0$

$$x^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 1 \Leftrightarrow |x| \leq 1 \Leftrightarrow x \in [-1; 1]$$

$$x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2 \Leftrightarrow x \in (2; +\infty)$$

Las dos condiciones deben satisfacerse simultáneamente:

$$[-1; 1] \cap (2; +\infty) = \emptyset$$

No existen valores de x para que se cumplan las dos condiciones simultáneamente.

- $x^2 - 1 \geq 0$ **y** $x - 2 < 0$

$$x^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 1 \Leftrightarrow |x| \geq 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$

$$x - 2 < 0 \Leftrightarrow x < 2 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 2)$$

Las dos condiciones deben satisfacerse simultáneamente:

$$[(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)] \cap (-\infty; 2) = (-\infty; -1] \cup [1; 2)$$

Finalmente:

$$A = [(-\infty; -1] \cup [1; 2)] \cup \emptyset = [(-\infty; -1] \cup [1; 2)]$$