# Matemática para Agronomía, Lic. en Ciencias Ambientales y Lic. en Ciencias Biológicas

Claves de corrección

Fecha de examen final: 27/02/2019

## TEMA 1

**Ejercicio 1** (2 puntos)

Resolver la siguiente integral

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}}+2}{5\sqrt{x}}\,dx$$

Para resolver esta integral aplicamos el método de sustitución.

Si llamamos

$$u=\sqrt{x} \quad \to \quad du=\frac{1}{2\sqrt{x}}dx \quad \to \quad 2du=\frac{1}{\sqrt{x}}dx$$

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}}+2}{5\sqrt{x}}\,dx = \int \frac{e^{\sqrt{x}}+2}{5}\frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int \frac{e^{u}+2}{5}\,2du = \frac{2}{5}\int e^{u}+2\,du =$$

$$= \frac{2}{5}\int e^{u}\,du + \frac{2}{5}\int 2\,du = \frac{2}{5}e^{u} + \frac{4}{5}u + K = \frac{2}{5}e^{\sqrt{x}} + \frac{4}{5}\sqrt{x} + K \qquad (K \in \mathbb{R})$$

**Ejercicio 2** (3 puntos)

Hallar el **dominio** y el **conjunto de positividad** de la función

$$f(x) = -3 \cdot \ln(5 - 2x)$$

Comenzamos hallando el dominio de la función.

La función logaritmo está bien definida siempre y cuando su argumento sea un número positivo. Entonces:

$$5 - 2x > 0 \quad \leftrightarrow \quad -2x > -5 \quad \leftrightarrow \quad x < \frac{5}{2}$$

Luego,

$$Dom(f) = \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$$

El conjunto de positividad estará compuesto por todos los valores

$x \in \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$ para los cuales

$$-3 \cdot \ln(5 - 2x) > 0$$

Encontramos primero el o los valores para los cuales la función se anula:

$$-3 \cdot \ln(5 - 2x) = 0 \quad \leftrightarrow \quad \ln(5 - 2x) = 0 \quad \leftrightarrow \quad 5 - 2x = 1 \quad \leftrightarrow \quad x = 2$$

Analizamos el signo de $f$ en los intervalos

$$(-\infty; 2) \quad y \quad \left(2; \frac{5}{2}\right)$$

- Elegimos un valor en el intervalo $(-\infty; 2)$ y evaluamos la función.
  $0 \in (-\infty; 2)$ y $f(0) = -3 \cdot \ln(5) < 0$
- Elegimos un valor en el intervalo $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ y evaluamos la función.

$2{,}1 \in \left(2; \frac{5}{2}\right)$ y $f(2{,}1) = -3 \cdot \ln(0{,}8) > 0$ ya que el signo de la función logaritmo es negativo (estamos evaluando el logaritmo en un número menor que 1).

Luego, el conjunto de positividad de la función es el intervalo $\left(2; \frac{5}{2}\right)$

**Ejercicio 3** (2 puntos)

¿Cuántos números **impares de 5 dígitos distintos** se pueden armar con las cifras $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$?

El último dígito del número de ser: 1, 3, 5, 7 o 9. Es decir, hay 5 posibilidades.

Fijado el último dígito, para el primer dígito tenemos 8 posibilidades, 7 para el segundo, 6 para el tercero y 5 para el cuarto dígito.

Entonces:

$$\text{cantidad de números impares de 5 dígitos distintos} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 * 5 = 8400$$

**Ejercicio 4** (3 puntos)

Dada la recta $L_1$: $(x, y, z) = (1 + m\lambda, 3 + 2\lambda, 2 - 5m\lambda)$ y el plano $\pi_1 : 3x - 2y + 5z - 1 = 0$, hallar el valor de la constante "$m \in \mathbb{R}$" para que **la recta $L_1$ sea paralela al plano $\pi_1$**

La recta $L_1$ la podemos expresar como

$$L_1: (x, y, z) = (1,3,2) + \lambda(m, 2, -5m)$$

Su vector dirección es $V_1 = (m, 2, -5m)$.

El vector normal del plano $\pi_1$ es $N_1 = (3, -2,5)$.

Para que la recta sea paralela al plano el producto escalar entre el vector dirección de la recta y el vector normal del plano debe ser nulo.

Entonces:

$$V_1 \cdot N_1 = 0$$

$$(m, 2, -5m) \cdot (3, -2,5) = 0$$

$$3m - 4 - 25m = 0$$

$$-22m = 4 \quad \rightarrow \quad m = -\frac{2}{11}$$