| Álgebra A<br>1P1C2017<br>30 AÑOS UBAXXI | APELLIDO: | SOBRE Nº: |
| --- | --- | --- |
| | NOMBRES: | Duración del exámen<br>**1.45 hs** |
| | DNI/CI/LC/LE/PAS. Nº: | **CALIFICACIÓN** |
| | EMAIL: | |
| **TEMA 1** | TELÉFONOS part: cel: | Apellido del evaluador: |

**Álgebra A (Ingeniería) - 1er Cuatrimestre 2017**

1er Parcial (25/04/2017)

---

1. (**1 pt**) Consideren los vectores $\vec{v} = (a, b, c)$ y $\vec{w} = (2, -2, -5)$. Marquen la **única** opción correcta en cada item.

   *a*) (**0.5 pts**) El producto escalar entre $\vec{v}$ y $\vec{w}$ es:
   ☐ $abc + 20$ ☐ $2a + 2b - 5c$ ☑ $2a - 2b - 5c$ ☐ $3a - 3b + 4c$

   *b*) (**0.5 pts**) Si el punto medio entre $\vec{v}$ y $\vec{w}$ es $(2, -3, -2)$ entonces la norma de $\vec{v}$ es:
   ☐ $-\sqrt{11}$ ☐ $\sqrt{11}$ ☐ $\sqrt{17}$ ☑ $\sqrt{21}$ ☐ $\sqrt{33}$

---

2. (**2 pts**) Determinen si los planos $\Pi_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 3y - 4z = 9\}$ y $\Pi_2 = \{X \in \mathbb{R}^3 : X = t(2, 4, 4) + s(-6, 0, -3) + (1, 0, -1),\ t, s \in \mathbb{R}\}$ son o no paralelos.

   **Desarrollen la resolución a continuación** (*para que el puntaje cuente, debe estar justificada correctamente la solución del ejercicio*).

Una posible manera de resolver este ejercicio es ver si los planos se intersecan: si no lo hacen, son necesariamente paralelos. Para ello, veamos cómo son los puntos del segundo plano: son de la forma (2t-6s+1,4t,4t-3s-1), con s,t números reales cualesquiera. Si reemplazamos esta expresión en la ecuación que define al primer plano, obtenemos: 2(2t-6s+1)+3(4t)-4(4t-3s-1)=4t-12s+2+12t-16t+12s+4=6. Es decir, para cualquier punto (x,y,z) del segundo plano sucede que 2x+3y-4z=6, de donde deducimos que ningún punto del segundo plano está en el primero (pues para los puntos del primero esta cuenta da 9, no 6). Por lo tanto, los planos no tienen ningún punto en común, por lo que no se intersecan. Podemos concluir entonces que deben ser paralelos.

...

Otra posible manera de resolver el ejercicio es calcular las normales de los planos y ver si dichos vectores son múltiplos (ya que dos planos son paralelos si y sólo si sus normales son múltiplos entre sí). La normal del primer plano podemos obtenerla fácilmente de la ecuación implícita que lo define: es (2,3,-4). Por otro lado, para hallar la normal del segundo plano, podemos calcular el producto vectorial entre los vectores directores (2,4,4) y (-6,0,-3) de su ecuación vectorial. Dicho producto vectorial es (-12,-18,24). Como este vector es múltiplo de (2,3,-4), pues (-12,-18,24)=(-6).(2,3,-4) entonces podemos concluir que los planos son paralelos.

---

3. (**2.5 pts**) Calculen la distancia del punto $(0, 4, 2)$ a la recta $L = \{X \in \mathbb{R}^3 : X = t(1, 0, -2) + (1, 5, 0),\ t \in \mathbb{R}\}$.

   **Desarrollen la resolución a continuación** (*para que el puntaje cuente, debe estar justificada correctamente la solución del ejercicio.*)

Para calcular la distancia del punto (0,4,2) a la recta L, construimos primero la ecuación del plano perpendicular a L que pase por el punto (0,4,2). Para ello, podemos considerar como normal de este plano al vector director de L, (1,0,-2). Usando la ecuación normal del plano (1,0,-2).(x,y,z)=(1,0,-2).(0,4,2) obtenemos la ecuación implícita x-2z=-4 para el plan buscado. A continuación, calculamos donde este plano interseca a la recta L. Para ello, notemos que la forma de los puntos de la recta es (t+1,5,-2t), para t un número real cualquiera. Si reemplazamos esta forma de los puntos en la ecuación implícita del plano obtenemos (t+1)-2(-2t)=-4; o sea, 5t+1=-4; es decir, t=-1. Por lo tanto, el punto que está en la intersección entre L y el plano hallado es (-1+1,5,(-2).(-1))=(0,5,2). Finalmente, podemos calcular la distancia buscada entre el punto (0,4,2) y la recta L: es la distancia entre (0,4,2) y el punto (0,5,2). Es decir, es la raíz cuadrada de (0-0)^2+(4-5)^2+(2-2)^2. Es decir, la raíz cuadrada de 1, que es 1.

4. (**1.5 pts**) Calculen el simétrico de $(0,0) \in \mathbb{R}^2$ respecto de la recta $L = \{X \in \mathbb{R}^2 \,:\, X = t(-1,1) + (1,0),\ t \in \mathbb{R}\}$.

**Desarrollen la resolución a continuación** (*para que el puntaje cuente, debe estar justificada correctamente la solución del ejercicio.*)

Para calcular el simétrico de (0,0) respecto de L, comenzamos buscando la recta L' que sea perpendicular a L y que pase por el (0,0). Para ello, utilizamos como vector director de L' a un vector ortogonal al vector director de L; por ejemplo, el (1,1). Este vector es ortogonal a (-1,1) pues el producto escalar entre ambos es cero. Por lo tanto, podemos determinar que la recta L' buscada tiene por ecuación vectorial s(1,1)+(0,0)=s(1,1), para s un número real cualquiera. A continuación, buscamos cuál es el punto donde se intersecan L y L'. Los puntos de L son de la forma (-t+1,t) mientras que los de L' son de la forma (s,s). Por lo tanto, los puntos que pertenecen a ambas rectas deben ser de las dos formas; es decir: (-t+1,t)=(s,s). De aquí tenemos dos ecuaciones: -t+1=s y t=s. Reemplazando la segunda en la primera tenemos -s+1=s, de donde s=1/2. Por lo tanto, L y L' se intersecan en (1/2,1/2). Finalmente, sabemos que el simétrico de (0,0) respecto de L es el vector (a,b) que verifica que el punto medio entre (a,b) y (0,0) es (1/2,1/2). Como el punto medio entre (a,b) y (0,0) es (a/2,b/2) entonces nos queda la ecuación (a/2,b/2)=(1/2,1/2), de donde a/2=1/2 y b/2=1/2. De acá, despejamos a=1 y b=1. Por lo tanto, el simétrico de (0,0) respecto de L es (1,1).

---

5. (**1.5 pts**) Consideren el subespacio $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \,:\, x_1 - x_3 = 0, x_2 - x4 = 0\}$. En cada item, **marcar con una X** la opción correcta: Verdadero o Falso.

   *a*) (**0.25 pts**) Los vectores $(1,1,1,1)$, $(2,2,2,2)$ y $(3,3,3,3)$ pertenecen al subespacio $S$. ☑ V ☐ F

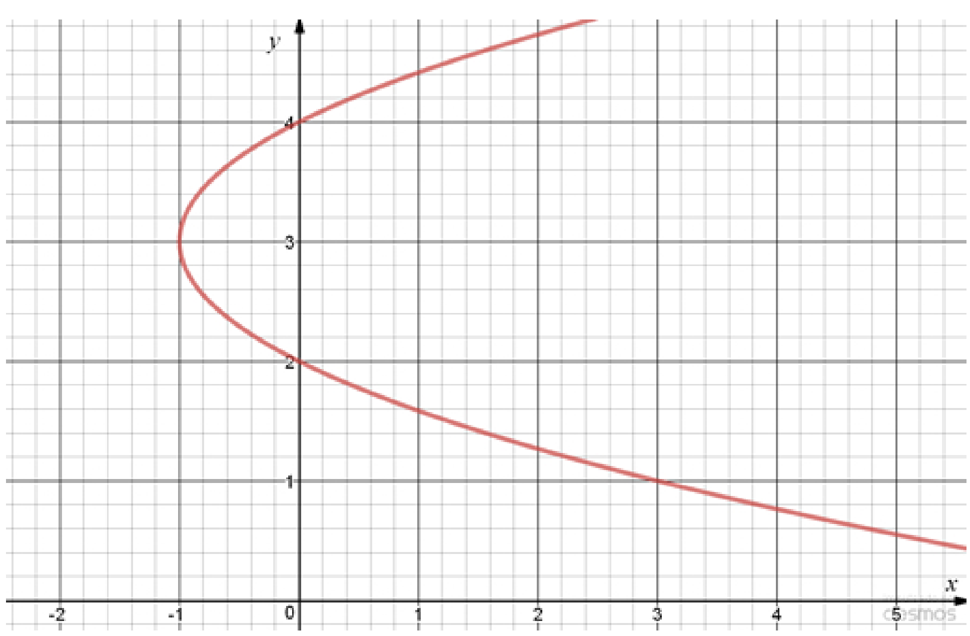
   *b*) (**0.5 pts**) El conjunto $\{(1,1,1,1), (2,2,2,2), (3,3,3,3)\}$ es un sistema de generadores del subespacio $S$. ☐ V ☑ F

   *c*) (**0.5 pts**) El conjunto $\{(1,1,1,1)\}$ es una base del subespacio $S$. ☐ V ☑ F

   *d*) (**0.25 pts**) La dimensión de $S$ es 1. ☐ V ☑ F

---

6. (**1.5 pts**) Consideren la parábola $P$ que aparece en el siguiente gráfico:




Marquen las únicas **tres** opciones que son correctas para $P$:

☑ El vértice de $P$ es el $(-1,3)$ ☐ La excentricidad de $P$ es $\frac{1}{2}$

☑ La ecuación canónica de $P$ es $(x+1) = (y-3)^2$ ☐ El foco de $P$ es $(-2,3)$.

☐ La directriz de $P$ es paralela al eje $x$ ☑ La ecuación general de $P$ es $y^2 - 6y - x + 8 = 0$.

**Nota.** *Cada opción correcta suma 0.5 pts. Si marcan más de tres opciones, el ejercicio no suma puntaje.*