1. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones

$$a)\ f(x,y) = \frac{xy - 4x + y - 4}{(y^2 - 16)(x^5 + 1)} \qquad si\ (x,y) \neq (-1,4)$$

$$b)\ f(x,y) \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{y^2 + x^4} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$1.\, a)\ f(x,y) = \frac{xy - 4x + y - 4}{(y^2 - 16)(x^5 + 1)}\, si\ (x,y) \neq (-1{,}4)$$

Auxiliar

	1	0	0	0	0	1
-1		-1	1	-1	1	-1
	1	-1	1	-1	1	0

$En\ (-1{,}4)$

1) $\nexists\ f(-1{,}4)$

2) $\displaystyle \lim_{(x,y)\to(-1,4)} \frac{xy - 4x + y - 4}{(y^2 - 16)(x^5 + 1)} = \frac{0}{0}$

Tratar de salvar la indeterminación

$$\lim_{(x,y)\to(-1,4)} \frac{x(y-4) + y - 4}{(y+4)(y-4)(x+1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)} = \lim_{(x,y)\to(-1,4)} \frac{\cancel{(y-4)}\cancel{(x+1)}}{(y+4)\cancel{(y-4)}\cancel{(x+1)}(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)} =$$

$$\lim_{(x,y)\to(-1,4)} \frac{1}{(y+4)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1} = \frac{1}{8(1+1+1+1+1)} = \frac{1}{40} \quad \to \exists L$$

$Redefino\ la\ función$

$$f(x,y) \begin{cases} \dfrac{xy - 4x + y - 4}{(y^2 - 16)(x^5 + 1)} & si\ (x,y) \neq (-1{,}4) \\ \dfrac{1}{40} & si\ (x,y) = (-1{,}4) \end{cases}$$

$$1.\ b)\ f(x,y)\begin{cases} \dfrac{x^2y}{y^2+x^4} & si\ (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & si\ (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

$En\ (0,0)$

1) $\exists f(0,0)$

2) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y}{y^2+x^4} = \frac{0}{0}$

3) Ver si existe L

Ver límites sucesivos

$$L_1 \to \lim_{y\to0}\ \lim_{x\to0} \frac{x^2y}{y^2+x^4} = 0 \qquad L_2 \to \lim_{x\to0}\ \lim_{y\to0} \frac{x^2y}{y^2+x^4} \qquad L_1 = L_2 \quad \to puede\ existir\ L$$

$Ver\ límite\ radial$

$$L_r \to \lim_{\substack{x\to0\\ y=mx}} \frac{x^2y}{y^2+x^4} = \lim_{x\to0} \frac{x^2mx}{(mx)^2+x^4} = \lim_{x\to0} \frac{x^3m}{m^2x^2+x^4} = \lim_{x\to0} \frac{x^3m}{m^2x^2+x^4} = \lim_{x\to0} \frac{x^{\cancel{3}}m}{\cancel{x^2}(m^2+x^2)} = 0$$

$$L_1 = L_2 = L_r \ \to puede\ existir\ L \ \to puede\ ser\ continua, Pero\ no\ se\ puede\ asegurar$$

2. Dada la siguiente función de demanda, $q_A^d(p_A, p_B) = 1000 - \frac{2}{p_A} + \ 10p_A p_B + 6{p_B}^{p_A}$

Calcular aproximadamente el incremento producido en la cantidad demandada al pasar p_A de 0,8 a 0,9 y p_B de 1,2 a 1,1, utilizando diferencial total (suponer que es diferenciable).

¿Cuándo una función es diferenciable?

$$q_A^d(p_A, p_B) = 1000 - \frac{2}{p_A} + \ 10p_A p_B + 6{p_B}^{p_A} \qquad p_A = 0{,}8 \quad \Delta p_A = 0{,}1 \qquad p_B = 1{,}2 \quad \Delta p_B = -0{,}1$$

$$dq = q'_{p_A} dp_A + q'_{p_B} dp_B$$

$$q'_{p_A} = \frac{2}{p_A^2} + 10\ p_B + 6{p_B}^{p_A} p'_A ln(p_B)$$

$$q'_{p_A} = \frac{2}{0{,}8^2} + 10.1{,}2 + 6.1{,}2^{0{,}8}\ p'_A ln1{,}2)$$

$$q'_{p_A} = 15{,}13 + 1{,}27p'_A)$$

$$q'_{p_B} = 10\ p_A + 6p_A {p_B}^{p_A - 1}$$

$$q'_{p_B}(0{,}8; 1{,}2) = 10.0{,}8 + 6.0{,}8.\,1{,}2^{-0{,}2}$$

$$q'_{p_B}(0{,}8; 1{,}2) = 10.0{,}8 + 6.0{,}8.\,1{,}2^{-0{,}2}$$

$$q'_{p_B}(0{,}8; 1{,}2) = 12{,}63$$

$$dq = [\frac{2}{q_A^2} + 10\ p_B + 6{p_B}^{p_A} p'_A ln(p_B)]\ dp_A + [10\ p_A + 6p_A {p_B}^{p_A - 1}] dp_B$$

$$dq = \left(15{,}13 + 1{,}27p'_A\right)0{,}1 + 12{,}63.\,(-0{,}1)$$

$$dq = 13{,}87 + 0{,}127p'_A$$

3. Dada la función de producción $Q(L, K) = 4. L^{0,8}. K^{0,2}$ y la función de costo medio con respecto al trabajo, $CMe_L(K, L) = \frac{1400}{L} + 10 + 80\frac{K}{L}$, se pide

a. Hallar el costo mínimo si Q=1024 kg, mediante aplicaciones de curvas de nivel.
b. Graficar
c. Calcular las elasticidades parciales de la producción con respecto al L y al K. Hallar también el valor en el punto óptimo.
d. ¿Qué pasaría si disminuyen en la misma proporción el precio de ambos factores?
e. Dada la misma función Q, y $CMe_L(K, L) = \frac{1400}{L} + 1 + 8\frac{K}{L}$, calcular la producción máxima si el CT=7800. (mediante el segundo método, el de aplicaciones de diferenciales). Sacar conclusiones respecto al punto a.
f. Graficar

EXPLICAR LOS PASOS SEGUIDOS PARA HALLAR LAS SOLUCIONES Y EL SIGNIFICADO DE LOS TÉRMINOS ECONÓMICOS QUE APARECEN, EN GENERAL, Y EN PARTICULAR EL DE LOS RESULTADOS ENCONTRADOS

$$CMe_L = \frac{1400}{L} + 10 + 80\frac{K}{L} \qquad CMe_L = \frac{CT}{L} \qquad CMe_L . L = CT \qquad CT = 1400 + 10L + 80K$$

Paso 1-Hallar la pendiente de la isocosto

$$10L = CT - 1400 - 80K \qquad 80K = CT - 1400 - 10L$$

$$L = \frac{CT - 1400}{10} - 8K \qquad K = \frac{CT - 1400}{80} - \frac{1}{8}L$$

Paso 2-Hallar la derivada de la isocuanta

Q= $4. L^{0,8}. K^{0,2} = 1024$

$$L^{0,8} = \frac{1024}{4K^{0,2}} = \frac{256}{K^{0,2}} \qquad K^{0,2} = \frac{1024}{4L^{0,8}} = \frac{256}{L^{0,8}}$$

$$L^{\frac{8}{10}} = \frac{1024}{4K^{0,2}} = \frac{256}{K^{\frac{2}{10}}} \qquad K^{\frac{2}{10}} = \frac{1024}{4L^{0,8}} = \frac{256}{L^{\frac{8}{10}}}$$

$$(L^{\frac{8}{10}})^{\frac{10}{8}} = \frac{256^{\frac{10}{8}}}{(K^{\frac{2}{10}})^{\frac{10}{8}}} \qquad K^{\frac{2}{10}})^{\frac{10}{2}} = \frac{256^{\frac{10}{2}}}{(L^{\frac{8}{10}})^{\frac{10}{2}}}$$

$$L = \frac{1024}{K^{\frac{1}{4}}} = 1024K^{-\frac{1}{4}} \qquad K = \frac{256^5}{K^4} = 256^5 K^{-4}$$

ISOCUANTA

$$L = \frac{1024}{K^{\frac{1}{4}}} = 1024K^{-\frac{1}{4}}$$

$$K = \frac{256^5}{K^4} = 256^5K^{-4}$$

$$L'_K = -\frac{1024}{4K^{\frac{5}{4}}} = -\frac{256}{K^{\frac{5}{4}}}$$

$$K'_L = -\frac{4.256^5}{L^5}$$

Paso 3 – Igualar pendiente y derivada

$$-8 = -\frac{256}{K^{\frac{5}{4}}}$$

$$-\frac{1}{8} = -\frac{4.256^5}{L^5}$$

$$K^{\frac{5}{4}} = 32 \rightarrow K = 32^{\frac{4}{5}} \rightarrow \boxed{K = 16}$$

$$L^5 = 32.256^5 \rightarrow L = 32^{\frac{1}{5}}.(256^5)^{\frac{1}{5}} \rightarrow \boxed{L = 512}$$

Paso 4 – Hallo el CT

$$CT(L,K) = 1400 + 10L + 80K$$

$$CT(512,16) = 1400 + 10.512 + 80.16$$

CT= 7800

Costo Mínimo o costo óptimo del productor

Para gráfico

$$CT(L,K) = 1400 + 10L + 80K$$

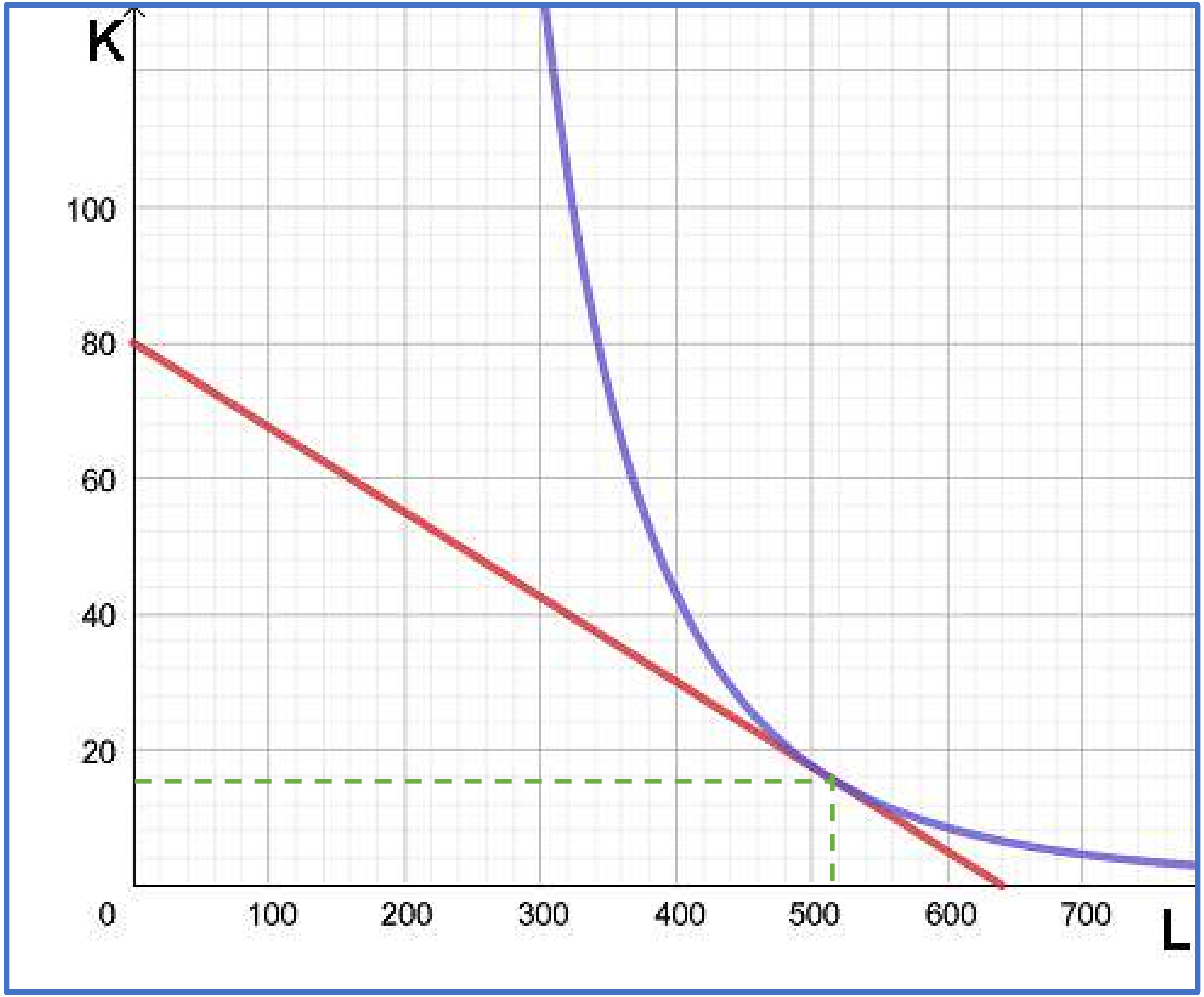
$$7800 = 1400 + 10L + 80K$$

$$K = 80 - \frac{1}{8}L$$

ISOCOSTO

$$K = 80 - \frac{1}{8}L$$ ISOCOSTO

$$K = 256^5 K^{-4}$$ ISOCUANTA



c. Calcular las elasticidades parciales de la producción con respecto al L y al K. Hallar también el valor en el punto óptimo.

Q= $4.L^{0,8}.K^{0,2}$

$$\frac{EQ}{EL} = \frac{L}{Q}\frac{\partial Q}{\partial L} \qquad \frac{EQ}{EL} = \frac{L}{\cancel{4}.L^{0,8}.\cancel{K^{0,2}}}(\cancel{4}.0,8L^{-0,2}.\cancel{K^{0,2}}) = 0,8L.L^{-0,8}.L^{-0,2} = 0,8$$

$$\frac{EQ}{EK} = \frac{K}{Q}\frac{\partial Q}{\partial K} \qquad \frac{EQ}{EK} = \frac{K}{\cancel{4}.\cancel{L^{0,8}}.K^{0,2}}(\cancel{4}.\cancel{L^{0,8}}0,2\,K^{-0,8}) = 0,2K.K^{-0,2}.K^{-0,8} = 0,2$$

d. ¿Qué pasaría si disminuyen en la misma proporción el precio de ambos factores?

Type equation here.

La curva isocosto se desplaza hacia arriba

e. Dada la misma función Q, y $CMe_L(K,L) = \frac{1400}{L} + 1 + 8\frac{K}{L}$, calcular la producción máxima si el CT=7800. (mediante el segundo método, el de aplicaciones de diferenciales). Sacar conclusiones respecto al punto a.

$$CT = 1400 + L + 80K \qquad 7800 = 1400 + L + 8K \qquad 6400 = L + 8K \qquad p_L = 1 \qquad p_K = 8$$

$$\frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{p_L}{p_K} \qquad \frac{\cancel{4}0,8L^{-0,2}.K^{0,2}}{\cancel{4}L^{0,8}0,2\,K^{-0,8}} = \frac{1}{8} \qquad \frac{4K}{L} = \frac{1}{8} \qquad L = 32K$$

$$6400 = L + 8K \qquad 6400 = 32K + 8K \qquad 6400 = 40K \qquad K = 160 \quad L = 5120$$

Q$(L,K) = 4.L^{0,8}.K^{0,2}$ Q$(5120,160) = 4.512^{0,8}.16^{0,2}$ Q$(5120,160)$ =10240 Producción máxima

$$6400 = L + 8K$$

$$K = 800 - \frac{1}{8}L$$ ISOCOSTO

Q$= 4.L^{0,8}.K^{0,2} = 10240$

$$K^{0,2} = \frac{2560}{L^{0,8}}$$

$$K = \frac{2560^5}{L^4}$$ ISOCUANTA