

# ANÁLISIS MATEMÁTICO II (284)

---

Docente: Verónica García Fronti

Cátedra: María José Bianco

Sede: Paternal

# RESOLUCIÓN

1º PARCIAL

TEMA A

## EJERCICIO 1

Dada la función  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y}$

a) Calcular, si existen, las derivadas parciales  $f'_x(0,0)$  y  $f'_y(0,0)$ .

Se deben calcular ambas derivadas por definición:

$$f'_x(0,0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x,0) - f(0,0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2} - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} = \nexists \quad \text{Como no existe este límite, se puede asegurar que } f'_x(0,0) \text{ NO existe}$$

$$f'_y(0,0) = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{f(0,y) - f(0,0)}{y} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sqrt{y} - 0}{y} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{y}} = \infty \quad \text{Como este límite es infinito, se puede asegurar que } f'_y(0,0) \text{ NO existe}$$

**Por lo tanto, la función dada no es derivable en el origen**

b) ¿Es continua la función en  $(0,0)$ ? Justificar claramente la respuesta.

$$i) f(0,0) = 0$$

$$ii) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \sqrt{x^2 + y} = 0$$

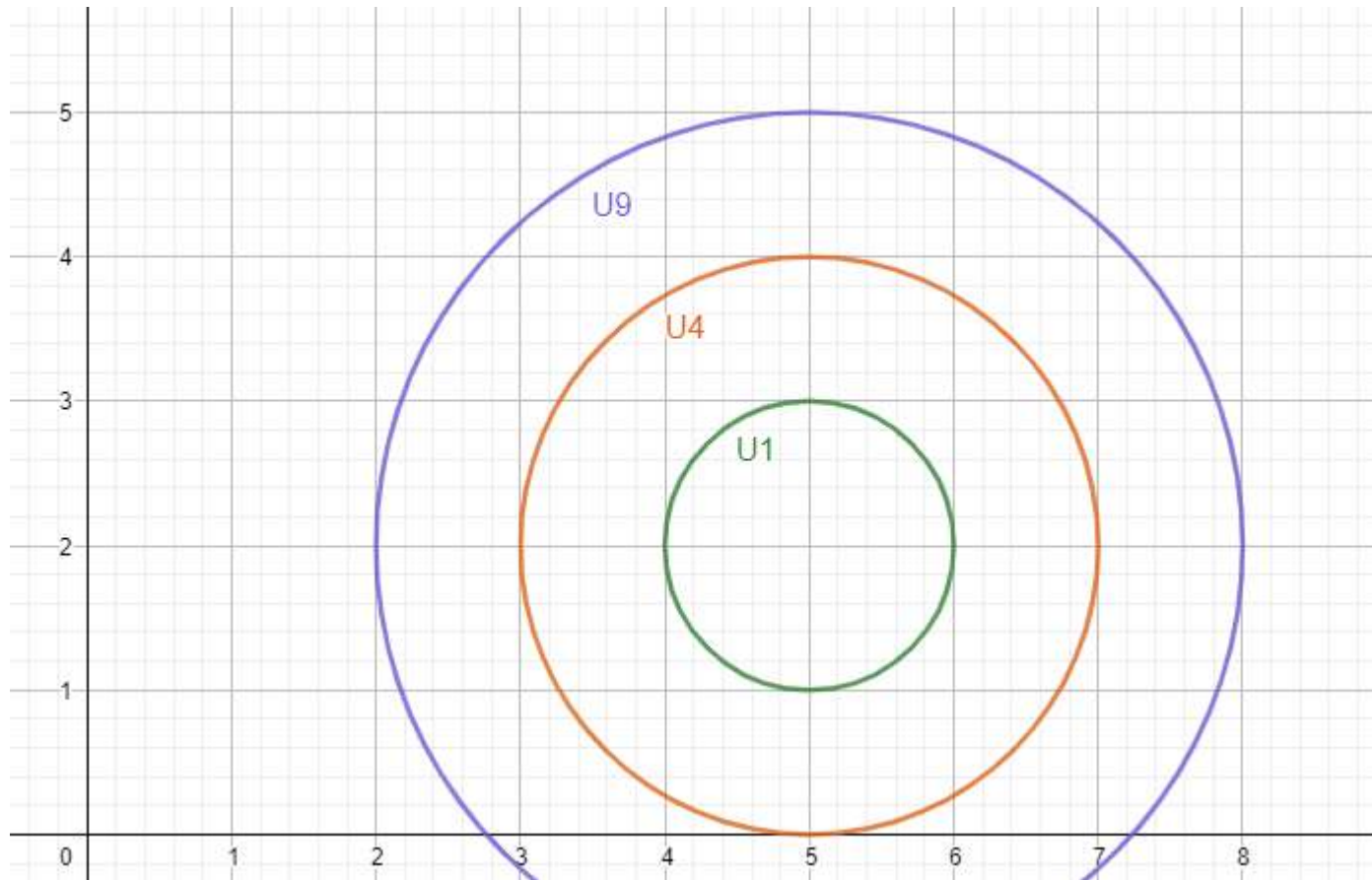
$$iii) f(0,0) = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \sqrt{x^2 + y}$$

**Se cumplen las tres condiciones por lo tanto, la función es continua en el origen**

## EJERCICIO 2

Dada la función de utilidad:  $U(x, y) = (x - 5)^2 + (y - 2)^2$

- a) Graficar 3 curvas de indiferencia e indicar su significado. ¿La función dada es una función normal? (justificar la respuesta).



***No verifican condiciones normales***

b) Calcular el valor de la derivada direccional máxima en  $P = (1,1)$

$$\nabla f(1; 1) = (f'_x(1; 1); f'_y(1; 1))$$
$$f'_x(x; y) = 2(x - 5) \Rightarrow f'_x(1; 1) = -8$$

$$f'_y(x; y) = 2(y - 2) \Rightarrow f'_y(1; 1) = -2$$

$$\nabla f(1; 1) = (-8, -2)$$

$$D_{\vec{u}_{max}}(1, 1) = \|\nabla f(1; 1)\| = \sqrt{(-8)^2 + (-2)^2} = \sqrt{68}$$

## EJERCICIO 3

$$\text{Sea } z = f(x, y) \quad \text{con} \quad \begin{cases} x = \text{sen}(3r + 4s) + ry \\ y = r^3 e^{4s} \end{cases}$$

a) Calcular  $\frac{\partial z}{\partial r}$  y  $\frac{\partial z}{\partial s}$

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r}$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

$$\begin{cases} x = \text{sen}(3r + 4s) + ry \\ y = r^3 e^{4s} \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x = \text{sen}(3r + 4s) + r(r^3 e^{4s}) \\ y = r^3 e^{4s} \end{cases}$$

$$\frac{\partial x}{\partial r} = 3 \cos(3r + 4s) + 4r^3 e^{4s}$$

$$\frac{\partial x}{\partial s} = 4 \cos(3r + 4s) + 4r^4 e^{4s}$$

$$\frac{\partial y}{\partial r} = 3r^2 e^{4s}$$

$$\frac{\partial y}{\partial s} = 4r^3 e^{4s}$$

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} [3 \cos(3r + 4s) + 4r^3 e^{4s}] + \frac{\partial z}{\partial y} [3r^2 e^{4s}]$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} [4 \cos(3r + 4s) + 4r^4 e^{4s}] + \frac{\partial z}{\partial y} [4r^3 e^{4s}]$$

## EJERCICIO 3

b) Calcular el  $dz(r, s)$

$$dz(r, s) = \frac{\partial z}{\partial r} dr + \frac{\partial z}{\partial s} ds$$

$$dz(r, s) = \left[ \frac{\partial z}{\partial x} [3 \cos(3r + 4s) + 4r^3 e^{4s}] + \frac{\partial z}{\partial y} [3r^2 e^{4s}] \right] dr + \left[ \frac{\partial z}{\partial x} [4 \cos(3r + 4s) + 4r^4 e^{4s}] + \frac{\partial z}{\partial y} [4r^3 e^{4s}] \right] ds$$

## EJERCICIO 4

Sea la función de producción  $q(x_1, x_2) = 2 \cdot x_1^\beta \cdot x_2^{1-\beta}$  siendo  $x_1, x_2$ : cantidades de insumos y  $q$ : cantidad de producto elaborado y  $\beta > 0$ .

- a) Enunciar y verificar la relación entre las elasticidades parciales del producto respecto de los insumos y el grado de homogeneidad de la función.

$$q(\lambda x_1, \lambda x_2) = 2 \cdot (\lambda x_1)^\beta \cdot (\lambda x_2)^{1-\beta} = \lambda 2 \cdot x_1^\beta \cdot x_2^{1-\beta} \quad \text{Homogénea de grado 1}$$

Entonces Verifica T. Euler:

$$\begin{aligned} x_1 q'_{x_1} + x_2 q'_{x_2} &= n q(x_1, x_2) = 1 q(x_1, x_2) \\ \frac{x_1}{q(x_1, x_2)} q'_{x_1} + \frac{x_2}{q(x_1, x_2)} q'_{x_2} &= 1 \\ \varepsilon(q/x_1) + \varepsilon(q/x_2) &= 1 \end{aligned}$$

*La suma de las elasticidades parciales de producción es igual al grado de homogeneidad*

- a) Halle la ecuación de la trayectoria de expansión si  $p_1 = 1$  y  $p_2 = 2$

$$\text{Trayectoria de expansión} \quad \rightarrow \quad \frac{U'_{x_2}}{U'_{x_1}} = \frac{p_2}{p_1} \quad \rightarrow \quad \frac{(1-\beta)2 \cdot x_1^\beta \cdot x_2^{-\beta}}{\beta 2 \cdot x_1^{\beta-1} \cdot x_2^{1-\beta}} = \frac{2}{1} \quad \rightarrow \quad \frac{(1-\beta) \cdot x_1}{\beta x_2} = 2$$

$$x_2 = \frac{1-\beta}{2\beta} x_1$$



## EJERCICIO 5

Dada la siguiente ecuación:  $D_A^2 p_A^2 p_B - 10 = 0$  que se verifica en el punto:  $(D_A, p_A, p_B) = (1, 1, 10)$

a) Indicar las condiciones suficientes que garanticen la existencia y unicidad de la función  $D_A = f(p_A, p_B)$ .

$$1. F(1, 1, 10) = 1^2 1^2 10 - 10 = 0$$

$$2. F'_{DA} = 2D_A p_A^2 p_B \Big|_{(1,1,10)} = 20$$

$$F'_{pA} = 2D_A^2 p_A p_B \Big|_{(1,1,10)} = 20$$

$$F'_{pB} = D_A^2 p_A^2 \Big|_{(1,1,10)} = 1$$

$$3. F'_{DA} = 2D_A p_A^2 p_B \Big|_{(1,1,10)} = 20 \neq 0$$

b) Hallar la elasticidad parcial con respecto al precio  $A$  en el punto indicado. Interpretar económicamente el resultado.

$$\varepsilon(D_A/p_A) = \frac{\partial D_A}{\partial p_A} \frac{p_A}{D_A} = -\frac{F'_{pA} p_A}{F'_{DA} D_A} = -\frac{20}{20} \frac{1}{1} = -1$$

**Elasticidad unitaria**

# RESOLUCIÓN

1º PARCIAL

TEMA B

## EJERCICIO 1

Dada la función:  $f(x, y) = \sqrt{3x + y^2}$

a) Calcular, si existen, las derivadas parciales  $f'_x(0,0)$  y  $f'_y(0,0)$ .

b) ¿Es diferenciable la función en  $(0,0)$ ? Justificar claramente la respuesta.

a) *Se deben calcular ambas derivadas parciales por definición:*

$$f'_x(0,0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(0 + \Delta x, 0) - f(0,0)}{\Delta x}$$

Por lo tanto:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3\Delta x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\Delta x}} = \infty \Rightarrow \text{el límite NO es finito por lo tanto NO existe la derivada parcial}$$

$$f'_y(0,0) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(0, 0 + \Delta y) - f(0,0)}{\Delta y}$$

Por lo tanto:

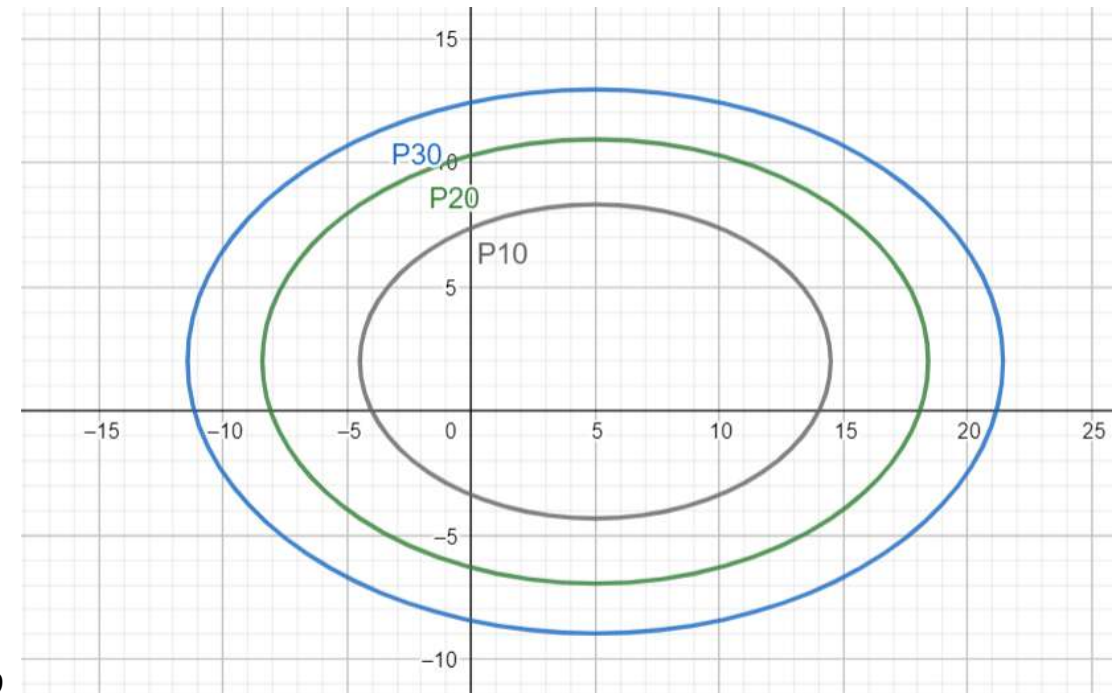
$$f'_y(0,0) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\Delta y^2}}{\Delta y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{|\Delta y|}{\Delta y} = \nexists \Rightarrow \text{NO existe el límite, por lo tanto NO existe la derivada parcial}$$

b) La función dada NO es diferenciable en el origen ya que no existen sus derivadas parciales en el origen. La existencia de ambas derivadas parciales es una condición necesaria para asegurar diferenciableidad.

## EJERCICIO 2

Dada la función de producción:  $P(x, y) = \frac{(x-5)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{9}$

- a) Graficar 3 isocuantas e indicar su significado. ¿La función dada es una función normal? (justificar la respuesta).
- b) Calcular el valor de la derivada direccional máxima en  $P = (1, 1)$ .
- a) A continuación se grafican tres isocuantas:  $P=10$ ,  $P=20$  y  $P=30$ . Cada isocuanta muestra las posibles combinaciones de los insumos (x e y) que proporcionan igual producción.  
La función de producción dada no es una función normal ya que las isocuantas NO son convexas al origen.



b)  $\nabla f(1; 1) = (f'_x(1; 1); f'_y(1; 1))$

$$f'_x(x; y) = \frac{1}{2}(x - 5) \Rightarrow f'_x(1; 1) = -2$$

$$f'_y(x; y) = \frac{2}{9}(y - 2) \Rightarrow f'_y(1; 1) = -2/9$$

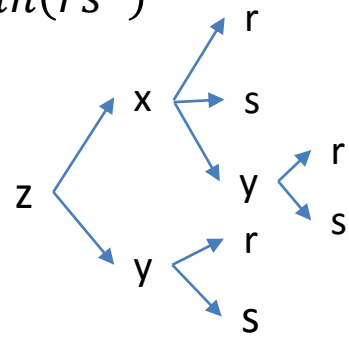
$$\nabla f(1; 1) = (-2, -2/9)$$

$$D_{\vec{u}} \max(1, 1) = \|\nabla f(1; 1)\| = \sqrt{(-2)^2 + (-2/9)^2} = \sqrt{4 + 4/81}$$

## EJERCICIO 3

Sea  $z = f(x, y)$  con  $\begin{cases} x = r + 2sy - 4rs \\ y = \ln(rs^3) \end{cases}$

a) Calcular  $\frac{\partial z}{\partial r}$  y  $\frac{\partial z}{\partial s}$



$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r}$$

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} (1 - 4s) + \frac{\partial z}{\partial x} (2s) \left(\frac{1}{r}\right) + \frac{\partial z}{\partial y} \left(\frac{1}{r}\right)$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} (2y - 4r) + \frac{\partial z}{\partial x} (2s) \left(\frac{3}{s}\right) + \frac{\partial z}{\partial y} \left(\frac{3}{s}\right)$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} (2\ln(rs^3) - 4r) + \frac{\partial z}{\partial x} (2s) \left(\frac{3}{s}\right) + \frac{\partial z}{\partial y} \left(\frac{3}{s}\right)$$

**EJERCICIO 3 (continuación)**b) Calcular el  $dz(r, s)$ 

$$dz(r, s) = \frac{\partial z}{\partial r} dr + \frac{\partial z}{\partial s} ds$$

$$dz(r, s) = \left[ \frac{\partial z}{\partial x} (1 - 4s) + \frac{\partial z}{\partial x} (2s) \left( \frac{1}{r} \right) + \frac{\partial z}{\partial y} \left( \frac{1}{r} \right) \right] dr + \left[ \frac{\partial z}{\partial x} (2 \ln(rs^3) - 4r) + \frac{\partial z}{\partial x} (2s) \left( \frac{3}{s} \right) + \frac{\partial z}{\partial y} \left( \frac{3}{s} \right) \right] ds$$

## EJERCICIO 4

Sea la función de producción  $q(x_1, x_2) = 2 \cdot x_1^\beta \cdot x_2^{1-\beta}$  siendo  $x_1, x_2$ : cantidades de insumos y  $q$ : cantidad de producto elaborado y  $\beta > 0$ .

a) Probar que la  $TST(x_2/x_1)$  es homogénea de grado 0.

$$TST(x_2/x_1) = \frac{2 * \beta * x_1^{\beta-1} * x_2^{1-\beta}}{2 * (1 - \beta) * x_1^\beta * x_2^{-\beta}} = \frac{\beta * x_2}{(1 - \beta) * x_1}$$

$$TST(tx_2/tx_1) = \frac{\beta * tx_2}{(1 - \beta) * tx_1} = t^0 \frac{\beta * x_2}{(1 - \beta) * x_1} \Rightarrow \text{La TST es una función homogénea de grado 0}$$

b) ¿Las productividades marginales son siempre positivas?

$$q'_{x_1} = 2 * \beta * x_1^{\beta-1} * x_2^{1-\beta}$$

La productividad marginal con respecto al insumo 1 es siempre positiva ya que, por enunciado:  $\beta > 0$

$$q'_{x_2} = 2 * (1 - \beta) * x_1^\beta * x_2^{-\beta}$$

La productividad marginal con respecto al insumo 2 es positiva siempre y cuando:  $0 < \beta < 1$

## EJERCICIO 5

Dada la siguiente ecuación:  $P^2 K^3 L - 25 = 0$  que se verifica en el punto:  $(P, K, L) = (5, 1, 1)$

a) Indicar las condiciones suficientes que garanticen la existencia y unicidad de la función  $P = f(K, L)$

Para garantizar la existencia y unicidad de la función  $P = f(K, L)$  verifico la tres condiciones de Cauchy Dini:

i) El punto dado:  $(5, 1, 1)$  verifica la ecuación  $P^2 K^3 L - 25 = 0$

$$25 * 1 * 1 - 25 = 0$$

ii) Si  $F(P, K, L) = P^2 K^3 L - 25$  se debe cumplir que:  $F'_P$ ;  $F'_K$  y  $F'_L$  existen y son continuas en el punto  $(5, 1, 1)$

$$\begin{aligned} F'_P &= 2PK^3L & F'_K &= 3P^2 K^2L & F'_L &= P^2 K^3 & \text{las tres derivadas parciales existen y son continuas en el punto} \\ F'_P(5,1,1) &= 10 & F'_K(5,1,1) &= 75 & F'_L &= 25 \end{aligned}$$

iii)  $F'_P(5, 1, 1) = 2 * 5 * 1 * 1 = 10 \neq 0$

b) Hallar la elasticidad parcial con respecto al trabajo en el punto indicado. Interpretar económicamente el resultado.

$$\begin{aligned} \varepsilon(P/L)|_{(5,1,1)} &= \frac{L}{P} \frac{\partial P}{\partial L} \Big|_{(5,1,1)} \\ \frac{\partial P}{\partial L} \Big|_{(5,1,1)} &= \frac{-F'_L}{F'_P} \Big|_{(5,1,1)} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial L} \Big|_{(5,1,1)} = -\frac{25}{10} \end{aligned}$$

Por lo tanto:  $\varepsilon(P/L)|_{(5,1,1)} = \frac{1}{5} \left( -\frac{25}{10} \right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \eta = 1/2$



# RESOLUCIÓN

1º PARCIAL

TEMA C

## EJERCICIO 1

Dada la función:  $f(x, y) = \sqrt{3x + y^2}$

a) Calcular, si existen, las derivadas parciales  $f'_x(0,0)$  y  $f'_y(0,0)$ .

b) ¿Es diferenciable la función en  $(0,0)$ ? Justificar claramente la respuesta.

a) *Se deben calcular ambas derivadas parciales por definición:*

$$f'_x(0,0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(0 + \Delta x, 0) - f(0,0)}{\Delta x}$$

Por lo tanto:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3\Delta x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\Delta x}} = \infty \Rightarrow \text{el límite NO es finito por lo tanto NO existe la derivada parcial}$$

$$f'_y(0,0) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(0, 0 + \Delta y) - f(0,0)}{\Delta y}$$

Por lo tanto:

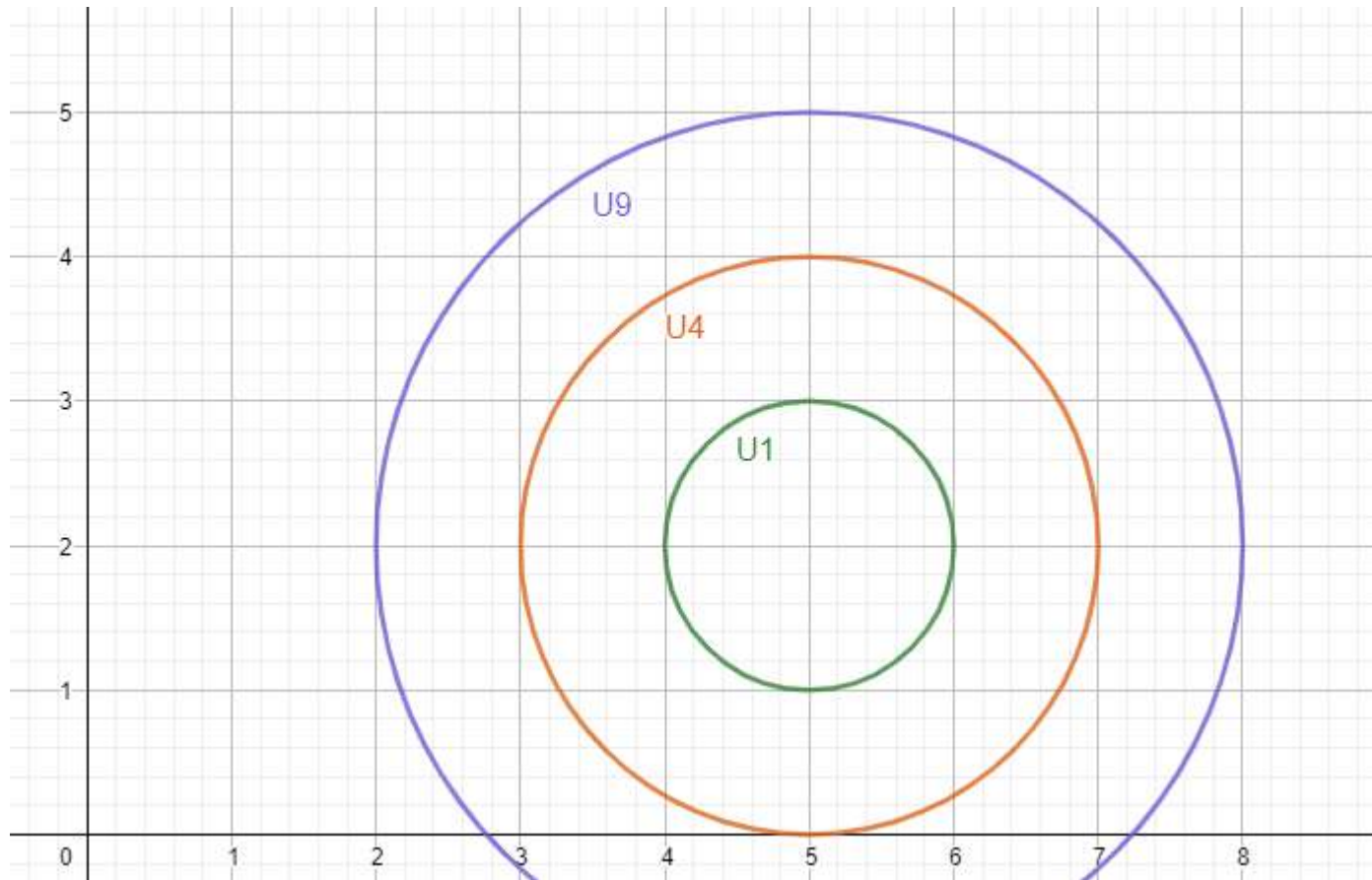
$$f'_y(0,0) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\Delta y^2}}{\Delta y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{|\Delta y|}{\Delta y} = \nexists \Rightarrow \text{NO existe el límite, por lo tanto NO existe la derivada parcial}$$

b) La función dada NO es diferenciable en el origen ya que no existen sus derivadas parciales en el origen. La existencia de ambas derivadas parciales es una condición necesaria para asegurar diferenciableidad.

## EJERCICIO 2

Dada la función de utilidad:  $U(x, y) = (x - 5)^2 + (y - 2)^2$

- a) Graficar 3 curvas de indiferencia e indicar su significado. ¿La función dada es una función normal? (justificar la respuesta).



***No verifican condiciones normales***

b) Calcular el valor de la derivada direccional máxima en  $P = (1,1)$

$$\nabla f(1; 1) = (f'_x(1; 1); f'_y(1; 1))$$
$$f'_x(x; y) = 2(x - 5) \Rightarrow f'_x(1; 1) = -8$$

$$f'_y(x; y) = 2(y - 2) \Rightarrow f'_y(1; 1) = -2$$

$$\nabla f(1; 1) = (-8, -2)$$

$$D_{\vec{u}_{max}}(1, 1) = \|\nabla f(1; 1)\| = \sqrt{(-8)^2 + (-2)^2} = \sqrt{68}$$

## EJERCICIO 3

$$\text{Sea } z = f(x, y) \quad \text{con} \quad \begin{cases} x = r + 2sy - 4rs \\ y = \ln(rs^3) \end{cases}$$

a) Calcular  $\frac{\partial z}{\partial r}$  y  $\frac{\partial z}{\partial s}$

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r}$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

$$\begin{cases} x - r - 2sy + 4rs = 0 \\ y - \ln(rs^3) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} dx - 2sdy + (-1 + 4s)dr + (-2y + 4s)ds = 0 \\ 0dx + dy + \left(-\frac{1}{r}\right)dr + \left(-\frac{3}{s}\right)ds = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} \\ \frac{\partial y}{\partial r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 4s \\ \frac{1}{r} \end{bmatrix}$$

$$j = 1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} \\ \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2y - 4s \\ \frac{3}{s} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial x}{\partial r} = \frac{\begin{vmatrix} 1 - 4s & -2s \\ \frac{1}{r} & 1 \end{vmatrix}}{1} = (1 - 4s) + \frac{2s}{r}$$

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \frac{\begin{vmatrix} 2y - 4s & -2s \\ \frac{3}{s} & 1 \end{vmatrix}}{1} = (2y - 4s) + 6$$

$$\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 - 4s \\ 0 & \frac{1}{r} \end{vmatrix}}{1} = \frac{1}{r}$$

$$\frac{\partial y}{\partial s} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2y - 4s \\ 0 & \frac{3}{s} \end{vmatrix}}{1} = \frac{3}{s}$$

## EJERCICIO 3 (continuación)

b) Calcular el  $dz(r, s)$

$$dz(r, s) = \frac{\partial z}{\partial r} dr + \frac{\partial z}{\partial s} ds$$

$$dz(r, s) = \left[ \frac{\partial z}{\partial x} \left( (1 - 4s) + \frac{2s}{r} \right) + \frac{\partial z}{\partial y} \left( \frac{1}{r} \right) \right] dr + \left[ \frac{\partial z}{\partial x} ((2y - 4s) + 6) + \frac{\partial z}{\partial y} \left( \frac{3}{s} \right) \right] ds$$

## EJERCICIO 4

Sea la función de producción  $q(x_1, x_2) = 2 \cdot x_1^\beta \cdot x_2^{1-\beta}$  siendo  $x_1, x_2$ : cantidades de insumos y  $q$ : cantidad de producto elaborado y  $\beta > 0$ .

- a) Enunciar y verificar la relación entre las elasticidades parciales del producto respecto de los insumos y el grado de homogeneidad de la función.

$$q(\lambda x_1, \lambda x_2) = 2 \cdot (\lambda x_1)^\beta \cdot (\lambda x_2)^{1-\beta} = \lambda 2 \cdot x_1^\beta \cdot x_2^{1-\beta} \quad \text{Homogénea de grado 1}$$

Entonces Verifica T. Euler:

$$\begin{aligned} x_1 q'_{x_1} + x_2 q'_{x_2} &= n q(x_1, x_2) = 1 q(x_1, x_2) \\ \frac{x_1}{q(x_1, x_2)} q'_{x_1} + \frac{x_2}{q(x_1, x_2)} q'_{x_2} &= 1 \\ \varepsilon(q/x_1) + \varepsilon(q/x_2) &= 1 \end{aligned}$$

*La suma de las elasticidades parciales de producción es igual al grado de homogeneidad*

- a) Halle la ecuación de la trayectoria de expansión si  $p_1 = 1$  y  $p_2 = 2$

$$\text{Trayectoria de expansión} \quad \rightarrow \quad \frac{U'_{x_2}}{U'_{x_1}} = \frac{p_2}{p_1} \quad \rightarrow \quad \frac{(1-\beta)2 \cdot x_1^\beta \cdot x_2^{-\beta}}{\beta 2 \cdot x_1^{\beta-1} \cdot x_2^{1-\beta}} = \frac{2}{1} \quad \rightarrow \quad \frac{(1-\beta) \cdot x_1}{\beta x_2} = 2$$

$$x_2 = \frac{1-\beta}{2\beta} x_1$$

## EJERCICIO 5

Dada la siguiente ecuación:  $P^2 K^3 L - 25 = 0$  que se verifica en el punto:  $(P, K, L) = (5, 1, 1)$

a) Indicar las condiciones suficientes que garanticen la existencia y unicidad de la función  $P = f(K, L)$

Para garantizar la existencia y unicidad de la función  $P = f(K, L)$  verifico la tres condiciones de Cauchy Dini:

i) El punto dado:  $(5, 1, 1)$  verifica la ecuación  $P^2 K^3 L - 25 = 0$

$$25 * 1 * 1 - 25 = 0$$

ii) Si  $F(P, K, L) = P^2 K^3 L - 25$  se debe cumplir que:  $F'_P$ ;  $F'_K$  y  $F'_L$  existen y son continuas en el punto  $(5, 1, 1)$

$$\begin{aligned} F'_P &= 2PK^3L & F'_K &= 3P^2 K^2L & F'_L &= P^2 K^3 & \text{las tres derivadas parciales existen y son continuas en el punto} \\ F'_P(5,1,1) &= 10 & F'_K(5,1,1) &= 75 & F'_L &= 25 \end{aligned}$$

iii)  $F'_P(5, 1, 1) = 2 * 5 * 1 * 1 = 10 \neq 0$

b) Hallar la elasticidad parcial con respecto al trabajo en el punto indicado. Interpretar económicamente el resultado.

$$\begin{aligned} \varepsilon(P/L)|_{(5,1,1)} &= \frac{L}{P} \frac{\partial P}{\partial L} \Big|_{(5,1,1)} \\ \frac{\partial P}{\partial L} \Big|_{(5,1,1)} &= \frac{-F'_L}{F'_P} \Big|_{(5,1,1)} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial L} \Big|_{(5,1,1)} = -\frac{25}{10} \end{aligned}$$

Por lo tanto:  $\varepsilon(P/L)|_{(5,1,1)} = \frac{1}{5} \left( -\frac{25}{10} \right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \eta = 1/2$