

## Ejercicios de sistemas axiomáticos

1) A1: Existe un A que tiene B.

A2: Si un A tiene B, tiene más de un C.

A3: Ningún A tiene más de tres C.

- El sistema es consistente.
- El sistema es independiente.
- El sistema no puede tener interpretaciones.
- El sistema no puede tener modelos.

2) A1: Existe un A que tiene B.

A2: Si un A tiene B, tiene más de tres C.

A3: Ningún A tiene más de un C.

- El sistema es consistente.
- El sistema es independiente.
- "Existe un A que tiene más de tres C" es teorema del sistema.
- La negación del enunciado anterior es teorema del sistema.

3) A1: Todo T se relaciona con más de dos Q.

A2: Existe un T que se relaciona con tres Q exactamente.

A3: Todo T se relaciona con menos de cinco Q

- El sistema es inconsistente porque ninguno de los axiomas se deduce de los otros.
- El sistema es incompleto porque "Existe un T que se relaciona con cuatro Q exactamente es teorema, pero su negación no lo es.
- El sistema es incompleto porque "existe un t que se relaciona con cuatro Q exactamenteno es teorema , y su negación tampoco loes.
- El sistema es inconsistente porque toda interpretación es modelo del mismo.

4) A1: Existe un P que es Q.

A2: Todo Q se relaciona con menos de tres R.

A3: Existe un Q que se relaciona con sólo dos R.

Y sea E1: Existe un P que se relaciona con exactamente un R

- El sistema es completo porque E1 es teorema y su negación no lo es.
- El sistema es incompleto porque E1 no es teorema y su negación tampoco lo es.
- El sistema es independiente.
- El sistema es inconsistente.

5) A1: Existe un P que es Q.

A2: Todo Q se relaciona con menos de tres R.

A3: Todo Q se relaciona con exactamente dos R.

- El sistema es dependiente porque A2 se deduce de A3.
- El sistema es inconsistente, porque A2 se deduce de A3.
- El sistema no es completo porque A2 se deduce de A3.
- El sistema es independiente, porque A1 no se deduce de ningún otro axioma.

6) A1: Todos los R se relacionan con exactamente 2 P.

A2: Todos los R se relacionan con menos de cinco P.

A3: Existe un S que es R.

Y sean los enunciados:

E1: todos los R se relacionan con menos de siete P.

E2: Existe un S que se relaciona con exactamente 3 P.

- E1 es teorema, pero E2 no lo es.
- E2 es teorema, pero E1 no lo es.
- E1 y E2 son teoremas.
- Ni E1 ni E2 son teoremas.

7) El sistema axiomático anterior (6)

- Es inconsistente porque A1 se deduce de A2 y no puede tener modelos.
- Es consistente y algunas interpretaciones podrían hacer verdaderos a los axiomas.
- Es incompleto porque es dependiente.
- Es independiente.

8) A1: Todos los R contienen al menos tres P.

A2: Existe un R que contiene solamente tres P. ("Existe" no se puede deducir de "todo")

E1: Todos los R contienen al menos dos P.

E2: Existe un R que contiene cinco P.

E3: Existe un R que contiene dos P.

¿Cuáles son las características del Sistema? ¿Qué enunciados son teoremas y cuáles no?

¿Cuáles enunciados negados son teoremas?

Si el SA tiene como axiomas:	Es consistente	Es independiente	Es completo	Puede tener modelo
Ax1), Ax. 2) y E1				
Ax1), Ax. 2) y E2				
Ax1), Ax. 2) y E3				
Ax1), Ax. 2) y -E1				
Ax1), Ax. 2) y -E2				
Ax1), Ax. 2) y -E3				