MATEMÁTICA I

Semestral y Semestral Intensiva

Final – Tema 1

19 de julio de 2017

Apellidos y Nombres: ....

Sección: .... Legajo: ....

E1 (24 pts.)	E2 (22 pts.)	E3 (24 pts.)	E4 (30 pts.)	Nota

Justifique por escrito y debidamente todas sus respuestas.

La justificación del procedimiento empleado
es tan importante como el procedimiento mismo.

Ejercicios mal justificados no serán considerados.

Mantenga todas las hojas abrochadas durante el examen.

Ejercicio 1.

a) Hallar los valores máximo y mínimo absolutos de

$$f(x) = x(5-x)^{2/3}$$

en $[1, 9]$.

b) Sean $f(x) = \ln\left(\dfrac{1}{9-x^2}\right)$ y $g(x) = \sqrt{x+2}$. Determinar el dominio de $f \circ g$.

Ejercicio 2. Calcular, si existen, los siguientes límites

a) $\displaystyle \lim_{x\to+\infty} (2x+1)\ln\left(\frac{x+1}{x-6}\right).$

b) $\displaystyle \lim_{x\to 0} \ln(1+x^2)\sqrt{8+\cos\left(\frac{x^2+1}{x}\right)}.$

Ejercicio 3. Decidir si las siguientes afirmaciones son V o F, justificando en cada caso su respuesta.

a) $7x^2 + 2 \geq \ln(28x + 1)$ para todo $x > -\dfrac{1}{28}$.

b) Si $p(x) = x^2 - 4x + 3$ es el polinomio de Taylor de orden 2 de la función f en $x_0 = 2$ y definimos la función g como

$$g(x) = f(3 - x^2),$$

entonces $q(x) = \dfrac{(x-1)^2}{2} - 1$ es el polinomio de Taylor de orden 2 de la función g en $x_0 = 1$.

c) Si $g, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ son funciones tales que $\lim\limits_{x \to 0} g(x) = \lim\limits_{x \to 0} h(x) = L \in \mathbb{R}$, entonces

$$\lim_{x \to 0} \cos\left(\left(\frac{g(x) + x^2}{x^2 + h(x)}\right)\pi\right) = -1.$$

Ejercicio 4. Sea

$$f(x) = e^x(x^2 - 4x + 4) - 2.$$

a) Determinar el dominio de f y analizar la existencia de asíntotas.

b) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos locales de f.

c) Hallar los puntos de inflexión y los intervalos de concavidad de f.

d) Con los datos obtenidos decidir cuál es la imagen de f y realizar un gráfico aproximado.

MATEMÁTICA I

Semestral y Semestral Intensiva

Final – Tema 2

19 de julio de 2017

Apellidos y Nombres: ....

Sección: .... Legajo: ....

E1 (24 pts.)	E2 (22 pts.)	E3 (24 pts.)	E4 (30 pts.)	Nota

Justifique por escrito y debidamente todas sus respuestas.

La justificación del procedimiento empleado
es tan importante como el procedimiento mismo.

Ejercicios mal justificados no serán considerados.

Mantenga todas las hojas abrochadas durante el examen.

Ejercicio 1.

a) Hallar los valores máximo y mínimo absolutos de

$$f(x) = x(5-x)^{2/3}$$

en $[1, 9]$.

b) Sean $f(x) = \ln\left(\dfrac{1}{9-x^2}\right)$ y $g(x) = \sqrt{x+2}$. Determinar el dominio de $f \circ g$.

Ejercicio 2. Calcular, si existen, los siguientes límites

a) $\lim_{x\to+\infty} (2x+1)\ln\left(\dfrac{x+1}{x-6}\right)$.

b) $\lim_{x\to 0} \ln(1+x^2)\sqrt{8+\cos\left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)}$.

Ejercicio 3. Decidir si las siguientes afirmaciones son V o F, justificando en cada caso su respuesta.

a) $7x^2 + 2 \geq \ln(28x + 1)$ para todo $x > -\dfrac{1}{28}$.

b) Si $p(x) = x^2 - 4x + 3$ es el polinomio de Taylor de orden 2 de la función f en $x_0 = 2$ y definimos la función g como

$$g(x) = f(3 - x^2),$$

entonces $q(x) = \dfrac{(x-1)^2}{2} - 1$ es el polinomio de Taylor de orden 2 de la función g en $x_0 = 1$.

c) Si $g, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ son funciones tales que $\lim_{x\to 0} g(x) = \lim_{x\to 0} h(x) = L \in \mathbb{R}$, entonces

$$\lim_{x\to 0} \cos\left(\left(\frac{g(x) + x^2}{x^2 + h(x)}\right)\pi\right) = -1.$$

Ejercicio 4. Sea
$$f(x) = e^x(x^2 - 4x + 4) - 2.$$

a) Determinar el dominio de f y analizar la existencia de asíntotas.

b) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos locales de f.

c) Hallar los puntos de inflexión y los intervalos de concavidad de f.

d) Con los datos obtenidos decidir cuál es la imagen de f y realizar un gráfico aproximado.