UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA
Facultad Economia y Administracion
Materia: MATEMATICA II
Carrera: Contador Publico – Lic. Edm. De Empresas – Lic. Economia
Modalidad: No presencial

RESOLUCION 2° EVALUACION DOMICILIARIA 1° TURNO

1) Dada $f(x)=\sqrt{1-x}$ determinar:

$$f(x_0)=f(0)=\sqrt{1-0}=1$$

$$f'(x)=-\frac{1}{2\sqrt{1-x}} \rightarrow f'(x_0)=f'(0)=-\frac{1}{2\sqrt{1-0}}=-\frac{1}{2}$$

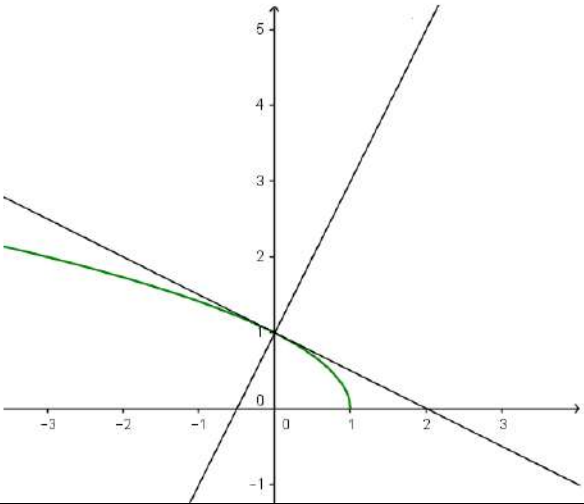
a) Ecuación de la recta tangente en $x_0=0$

$$y_T=-\frac{1}{2}(x-0)+1 \rightarrow y_T=-\frac{1}{2}x+1$$

b) Ecuación de la recta normal en $x_0=0$

$$y_N=2(x-0)+1 \rightarrow y_N=2x+1$$

c) Grafica de la función y las rectas determinadas en un mismo sistema de ejes cartesianos



2) Dada: $f(x)=x-\ln(x^2+1)$ determinar:

a) Dominio: $Df=\{\forall x\in R\}$

b) Punto/s critico/s y su clasificación

$$f'(x)=1-\frac{2x}{x^2+1} \rightarrow$$ Común denominador:

$$f'(x)=\frac{x^2+1-2x}{x^2+1} \rightarrow f'(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2+1}=0$$, la única posibilidad es que $(x-1)^2=0 \rightarrow x=1 \quad \therefore P_1(1;\ 0.30)$

$$f''(x)=\frac{2(x-1)(x^2+1)-(x-1)^2(2x)}{(x^2+1)^2}=\frac{2(x-1)[(x^2+1)-(x-1)x)]}{(x^2+1)^2}=$$

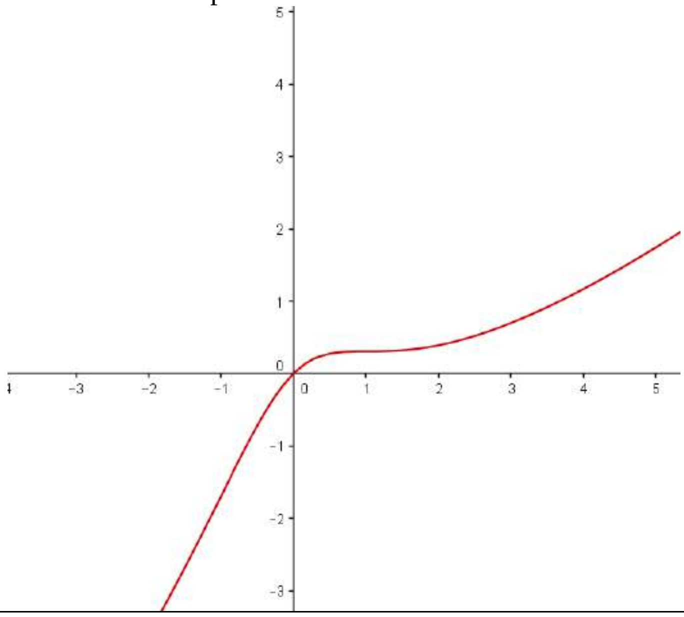
$$f''(x)=\frac{2(x-1)[x+1]}{(x^2+1)^2}=$$ entonces: $f''(1)=0$ en $\therefore P_1(1;\ 0.30)$ hay un punto de inflexión.-

c) Punto/s de inflexión

Ya se determinó un punto de inflexión, habría que ver si hay otro/s , para lo cual se debe igualar a cero la derivada segunda:

$f''(x)=\dfrac{2(x-1)[x+1]}{(x^2+1)^2}=0$ las únicas posibilidades son: $\begin{cases} x=1\ (ya\ \ analizado) \\ x=-1 \end{cases}$, tendremos un segundo punto en $P_i(-1\ ;\ -1.69)$

d) Grafica de la función con los puntos determinados



3) Calcular los siguientes limites aplicando la regla de L´Hopital:

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+\ln x}{x.\ln x}$

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+\ln x}{x.\ln x}=\dfrac{\infty}{\infty}$, derivamos entonces: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\ln x+x.\dfrac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\ln x+1}=$ valuamos:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1+\dfrac{1}{x}}{\ln x+1}=\frac{1+\dfrac{1}{\infty}}{\ln\infty+1}=\frac{1+0}{\infty}=\frac{1}{\infty}=0$$

b) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{\sqrt{2x-x^3}-\sqrt[3]{x}}{1-x}\right)=\dfrac{0}{0}$

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{\sqrt{2x-x^3}-\sqrt[3]{x}}{1-x}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{\dfrac{2-3x^2}{2\sqrt{2x-x^3}}-\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}{-1}\right)=$$

Se evalúa para ver si se salvo la indeterminación:

$$= \left(\frac{\frac{2-3.1^2}{2\sqrt{2.1-1^3}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{1^2}}}{-1} \right) = = \left(\frac{\frac{-1}{2} - \frac{1}{3}}{-1} \right) = = \left(\frac{\frac{-3-2}{6}}{-1} \right) = = \left(\frac{\frac{-5}{6}}{-1} \right) = \frac{5}{6}$$

RESOLUCION 2° EVALUACION DOMICILIARIA 2° TURNO

1) Dada $f(x) = \sqrt{-1-x}$ determinar:

$$f(x_0) = f(-2) = \sqrt{-1-(-2)} = 1$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{-1-x}} \quad \rightarrow \quad f'(x_0) = f'(0) = -\frac{1}{2\sqrt{-1-(-2)}} = -\frac{1}{2}$$

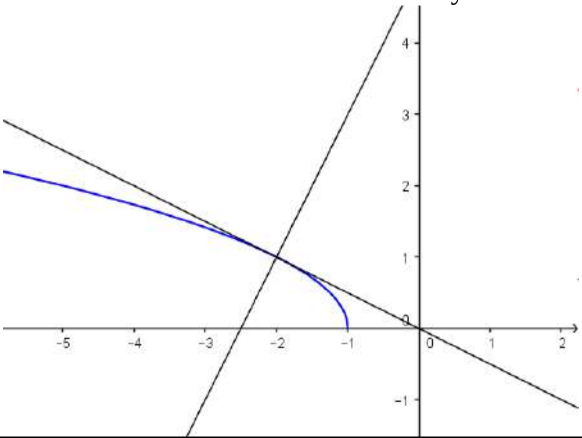
a. Ecuación de la recta tangente en $x_0 = -2$

$$y_T = -\frac{1}{2}(x+2)+1 \quad \rightarrow \quad y_T = -\frac{1}{2}x$$

b. Ecuación de la recta normal en $x_0 = -2$

$$y_N = 2(x+2)+1 \quad \rightarrow \quad y_N = 2x+5$$

c. Grafica de la función y las rectas determinadas en un mismo sistema de ejes cartesianos



2) Dada: $f(x) = x + \ln(x^2+1)$ determinar:

a. Dominio: $Df = \{\forall x \in R\}$

b. Punto/s critico/s y su clasificación

$$f'(x) = 1 + \frac{2x}{x^2+1} \quad \rightarrow \quad \text{Común denominador:}$$

$$f'(x) = \frac{x^2+1+2x}{x^2+1} \quad \rightarrow \quad f'(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+1} = 0$$, la única posibilidad es que

$(x+1)^2 = 0 \rightarrow x = -1 \quad \therefore P_1(-1; -0.30)$

$$f''(x) = \frac{2(x+1)(x^2+1)-(x+1)^2(2x)}{(x^2+1)^2} = \frac{2(x+1)[(x^2+1)-(x+1)x]}{(x^2+1)^2} =$$

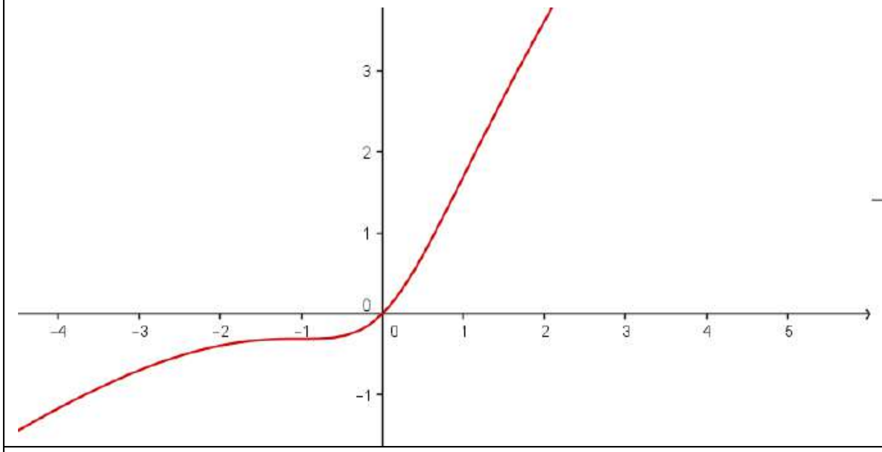
$f''(x) = \dfrac{2(x+1)[1-x]}{(x^2+1)^2} =$ entonces: $f''(-1) = 0$ en $\therefore\ P_1(-1;\ -0.30)$ hay un punto de inflexión.-

c. Punto/s de inflexión

Ya se determinó un punto de inflexión, habría que ver si hay otro/s , para lo cual se debe igualar a cero la derivada segunda:

$f''(x) = \dfrac{2(x+1)[1-x]}{(x^2+1)^2} = 0$ las únicas posibilidades son: $\begin{cases} x = -1 \ (ya\ \ analizado) \\ x = 1 \end{cases}$, tendremos un segundo punto en $P_i(1\ ;\ 1.69)$

Grafica de la función con los puntos determinados



3) Calcular los siguientes limites aplicando la regla de L´Hopital:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{\ln(x+1)}\right) =$

$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{\ln(x+1)}\right) = \dfrac{1}{0} - \dfrac{1}{0} = \infty - \infty$ se debe sacar común denominador

$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\ln(x+1) - x}{x.\ln(x+1)}\right) = \dfrac{0}{0}$ se deriva $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\dfrac{1}{x+1} - 1}{\ln(x+1) + x.\dfrac{1}{x+1}}\right) = \dfrac{0}{0}$ se debe derivar nuevamente

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{-\dfrac{1}{(x+1)^2}}{\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{x}{(x+1)^2}}\right) = \left(\frac{-\dfrac{1}{(0+1)^2}}{\dfrac{1}{0+1} + \dfrac{1}{0+1} - \dfrac{0}{(0+1)^2}}\right) = \frac{-1}{1+1+0} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(x+1)}\right) = -\frac{1}{2}$$

b) $\lim\limits_{x \to 0} (\cot gx)^{sen\ x}$

$$\lim_{x \to 0} (\cot gx)^{sen\ x} = \infty^0$$

$$y = \lim_{x \to 0} (\cot gx)^{sen\ x} \quad \to \quad \ln y = \lim_{x \to 0} \ln(\cot gx)^{sen\ x} \quad \to$$

$$\ln y = \lim_{x \to 0} \text{senx}. \ln(\cot gx) = 0.\infty$$

$$\ln y = \lim_{x \to 0} \frac{\ln(\cot gx)}{\frac{1}{senx}} = \lim_{x \to 0} \frac{\ln(\cot gx)}{\cos ecx} = \frac{\infty}{\infty}$$ derivamos

$$\ln y = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{-\operatorname{cosec}^2 x}{\operatorname{ctgx}}}{-ctgx.\cos ecx} =$$ cancelando

$$\ln y = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{-\operatorname{cosec} x}{\operatorname{ctgx}}}{-ctgx} = \to \ln y = \lim_{x \to 0} \frac{-\operatorname{cosecx}}{-ctg^2 x} = \to \ln y = \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{senx}}{\cos x} =$$ valuamos:

$$\to \ln y = 0 \qquad \to \qquad y = e^0 = 1$$

NOTA: La evaluación se considerará como aprobada con la <u>correcta</u> resolución del 50% de los ejercicios planteados. Las evaluaciones domiciliarias deberán ser subidas al sistema dentro de los horarios previstos para cada turno siguiendo las condiciones planteadas en la publicación CONDICIONES PARA REGULARIZAR El alumno deberá consignar correctamente Nombre, DNI, Numero de UG- Se podrá trabajar directamente en este envío y luego publicar. Los ejercicios deberán tener debidamente justificadas sus respuestas

Prof. Ing. Eduardo Casado