UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA
Facultad Economia y Administracion
Materia: MATEMATICA II
Carrera: Contador Publico – Lic. Edm. De Empresas – Lic. Economia
Modalidad: No presencial

RESOLUCION 1º EVALUACION DOMICILIARIA

1º TURNO

1- Calcular los siguientes límites:

$a)\ \lim_{x\to -1} \frac{x^3 - x^2 + 4x + 6}{x^2 + 3x + 2}$ se deben factorizar tanto numerador como denominador. Aplicamos Ruffini en el numerador y resolvemos la cuadrática del denominador

	1	-1	4	6
-1		-1	2	-6
	1	-2	6	0

$$x_{1;2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^3 - x^2 + 4x + 6}{x^2 + 3x + 2} = \lim_{x\to -1} \frac{(x+1)(x^2 - 2x + 6)}{(x+1)(x+2)} = \lim_{x\to -1} \frac{(x^2 - 2x + 6)}{(x+2)} = \frac{9}{1} = 9$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^3 - x^2 + 4x + 6}{x^2 + 3x + 2} = 9$$

$b)\ \lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 4x - 12}$ se debe multiplicar i dividir por el conjugado del numerador y a la vez factorizar la cuadrática

$$x_{1;2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(-12)}}{2} = \frac{-4 \pm 8}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 4x - 12} = \lim_{x\to 2} \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{4-x})(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})}{(x-2)(x+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})} = \lim_{x\to 2} \frac{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{4-x})^2}{(x-2)(x+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})} =$$

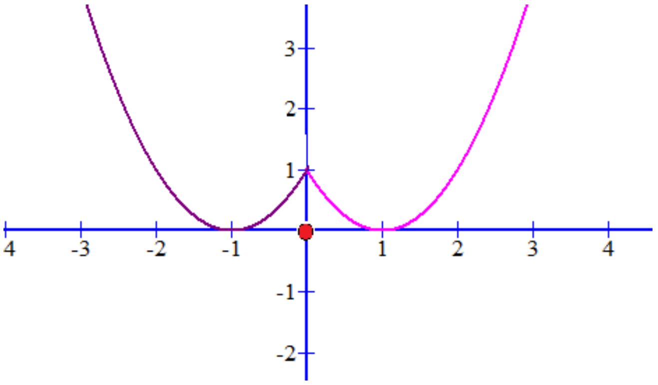
$$\lim_{x\to 2} \frac{2 - (4-x)}{(x-2)(x+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})} = \lim_{x\to 2} \frac{2 - 4 + x}{(x-2)(x+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})} =$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x-2)}{(x-2)(x+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})} = \lim_{x\to 2} \frac{1}{(x+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-x})} = \frac{1}{(2+6)(\sqrt{2} + \sqrt{4-2})}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 4x - 12} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

2- Dada: $f(x)=\begin{cases}(x-1)^2 & si\ \ x>0\\ 0 & si\ x=0\\ (x+1)^2 & si\ \ x<0\end{cases}$:

a) Grafica de la función



b) Analizar la continuidad en $x=0$

$i)\ \ f(0)=0$

$$ii)\ \ \left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0^+}(x-1)^2=1\\ \lim\limits_{x\to 0^-}(x+1)^2=1\end{array}\right\}\therefore\ \lim_{x\to 0} f(x)=1$$

$iii)\ \ \lim\limits_{x\to 0} f(x)\neq f(0)$

Discontinua evitable, se puede redefinir

c) Redefinir en caso de ser posible

$$f_R(x)=\begin{cases}(x-1)^2 & si\ \ x>0\\ 1 & si\ x=0\\ (x+1)^2 & si\ \ x<0\end{cases}$$

3- Dada la función: $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+x-2}$, analizar:

a) Asíntotas (usar el concepto de límite)

ASINTOTA VERTICAL: Resolvemos la cuadrática

$$x_{1;2}=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4(-2)}}{2}=\frac{-1\pm 3}{2}=\begin{cases}x_1=1\\ x_2=-2\end{cases}$$

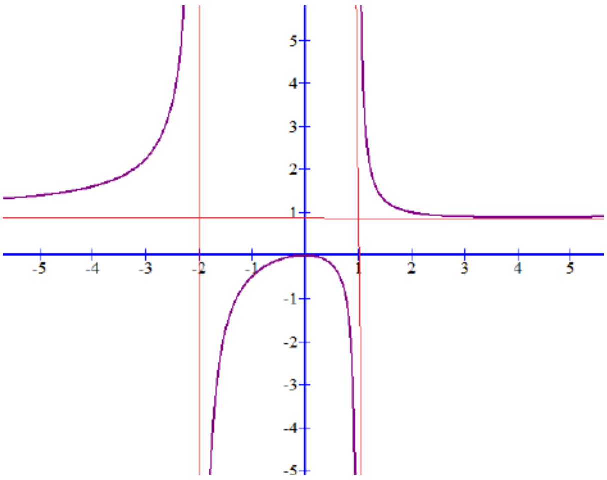
$x=1:\quad \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2}{(x-1)(x+2)}=\dfrac{1}{0}=\infty$ Existe AV en $x=1$

$x=-2:\quad \lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2}{(x-1)(x+2)}=\dfrac{4}{0}=\infty$ Existe AV en $x=-2$

ASINTOTA HORIZONTAL:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2+x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2.\left(1+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\left(1+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}\right)}=\frac{1}{1}=1$$ Existe Asíntota Horizontal en $y=1$

b) Gráfica de la función con las asíntotas determinadas



4- Derivar las siguientes funciones por el método que considere conveniente

$a)\quad F(x;y): y^2x-\sqrt{2x}+\sqrt{3y}-sen(y-x)$ Derivación implícita

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{y^2-\frac{2}{2\sqrt{2x}}-(-1).\cos(y-x)}{2yx+\frac{3}{2\sqrt{3y}}-(1).\cos(y-x)}$$

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{y^2-\frac{1}{\sqrt{2x}}+\cos(y-x)}{2yx+\frac{3}{2\sqrt{3y}}-\cos(y-x)}$$

$b)\quad y=(x)^{\ln x}$ Derivación logaritmica

$$y=(x)^{\ln x}\quad\rightarrow\quad \ln y=\ln(x)^{\ln x}\quad\rightarrow\quad \ln y=\ln x.(\ln x)$$

$$\frac{y'}{y}=\left(\frac{1}{x}\right).(\ln x)+\ln x.\left(\frac{1}{x}\right)\quad\rightarrow\quad y'=y.\left[\frac{2}{x}.\ln x\right]$$

$$y'=x^{\ln x}.\left[\frac{2}{x}.\ln x\right]$$

2º TURNO

1- Calcular los siguientes limites:

$a)\quad \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{16x^2+7x-4}}{\sqrt[3]{-27x^3+x-2}}=$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{16x^2+7x-4}}{\sqrt[3]{-27x^3+x-2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2.\left(16+\frac{7}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}{\sqrt[3]{x^3\left(-27+\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x^3}\right)}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2}\ .\ \sqrt{.\left(16+\frac{7}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}{\sqrt[3]{x^3}\ .\sqrt[3]{\left(-27+\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x^3}\right)}}=$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x\ .\ \sqrt{.\left(16+\frac{7}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}{x\ .\sqrt[3]{\left(-27+\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x^3}\right)}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{.\left(16+\frac{7}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}{\sqrt[3]{\left(-27+\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x^3}\right)}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt[3]{-27}}=\frac{4}{-3}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{16x^2+7x-4}}{\sqrt[3]{-27x^3+x-2}}=-\frac{4}{3}$$

$b)$ $\lim_{x\to 4}\frac{2-\sqrt{8-x}}{3-\sqrt{13-x}}=$ debemos multiplicar y dividir por e conjugado tanto del numerador como del denominador

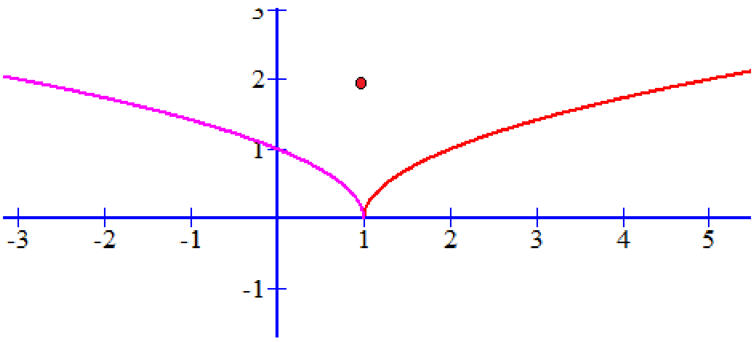
$$\lim_{x\to 4}\frac{2-\sqrt{8-x}}{3-\sqrt{13-x}}=\lim_{x\to 4}\frac{\left(2-\sqrt{8-x}\right)\left(2+\sqrt{8-x}\right)\left(3+\sqrt{13-x}\right)}{\left(3-\sqrt{13-x}\right)\left(3+\sqrt{13-x}\right)\left(2+\sqrt{8-x}\right)}=$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{\left[(2)^2-\left(\sqrt{8-x}\right)^2\right]\left(3+\sqrt{13-x}\right)}{\left[(3)^2-\left(\sqrt{13-x}\right)^2\right]\left(2+\sqrt{8-x}\right)}=\lim_{x\to 4}\frac{\left[4-(8-x)\right]\left(3+\sqrt{13-x}\right)}{\left[9-(13-x)\right]\left(2+\sqrt{8-x}\right)}=$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{\left[4-8+x\right]\left(3+\sqrt{13-x}\right)}{\left[9-13+x\right]\left(2+\sqrt{8-x}\right)}=\lim_{x\to 4}\frac{\left[x-4\right]\left(3+\sqrt{13-x}\right)}{\left[x-4\right]\left(2+\sqrt{8-x}\right)}=\lim_{x\to 4}\frac{\left(3+\sqrt{13-x}\right)}{\left(2+\sqrt{8-x}\right)}=\frac{3+\sqrt{13-4}}{2+\sqrt{8-4}}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{2-\sqrt{8-x}}{3-\sqrt{13-x}}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

2- Dada: $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1} & si\ \ x>1\\ 2 & si\ \ x=1:\\ \sqrt{1-x} & si\ \ x<1\end{cases}$



d) Analizar la continuidad en $x=1$

$i)\ f(1)=2$

$$ii)\ \left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 1^+}\sqrt{x-1}=0\\ \lim\limits_{x\to 1^-}\sqrt{1-x}=0\end{array}\right\}\therefore\ \lim_{x\to 1} f(x)=0$$

$$iii)\ \lim_{x\to 0} f(x)\neq f(0)$$

Discontinua evitable, se puede redefinir

e) Redefinir en caso de ser posible

$$f_R(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1} & si\ \ x>1\\ 0 & si\ \ x=1\\ \sqrt{1-x} & si\ \ x<1\end{cases}$$

3- Dada la función: $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-x-2}$, analizar:

ASINTOTA VERTICAL: Resolvemos la cuadrática

$$x_{1;2}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4(-2)}}{2}=\frac{1\pm 3}{2}=\begin{cases}x_1=-1\\ x_2=2\end{cases}$$

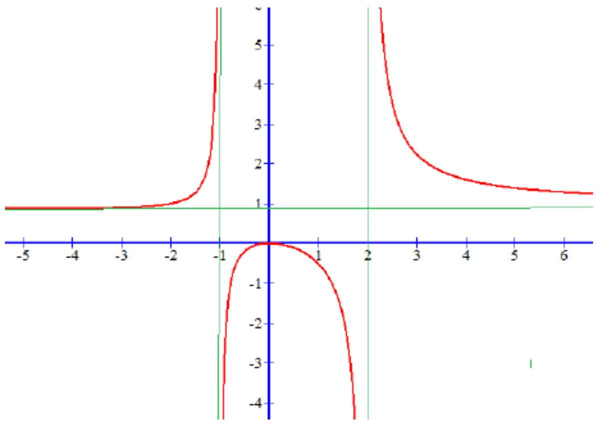
$x=-1$: $\quad \lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2}{(x+1)(x-2)}=\dfrac{1}{0}=\infty$ Existe AV en $x=-1$

$x=2$: $\quad \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2}{(x+1)(x-2)}=\dfrac{4}{0}=\infty$ Existe AV en $x=2$

ASINTOTA HORIZONTAL:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2-x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2.\left(1-\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\left(1-\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}\right)}=\frac{1}{1}=1$$

Existe Asíntota Horizontal en $y=1$



4- Derivar las siguientes funciones por el método que considere conveniente

$a)\quad y=\sqrt{\cos\left[\ln\left(2x-x^3\right)\right]}$

$u=\cos\left[\ln\left(2x-x^3\right)\right] \quad \rightarrow \quad y=\sqrt{u}$

$v=\ln\left(2x-x^3\right) \quad \rightarrow \quad u=\cos v$

$w=\left(2x-x^3\right) \quad \rightarrow \quad v=\ln w$

Luego tendremos:º

$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dv}\cdot\frac{dv}{dw}\cdot\frac{dw}{dx}$ entonces: $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{2\sqrt{u}}.\left[-sen\,v\right].\frac{1}{w}\left(2-3x^2\right)$ luego regresando a la variable original

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{2\sqrt{\cos\left[\ln\left(2x-x^3\right)\right]}}.\left[-sen\ln\left(2x-x^3\right)\right].\frac{1}{\left(2x-x^3\right)}\left(2-3x^2\right)$$

$b)\quad y=\left(\ln x\right)^x$ Derivación logaritmoica

$$y=\left(\ln x\right)^x \quad \rightarrow \quad \ln y=\ln\left(\ln x\right)^x \quad \rightarrow \quad \ln y=x.\ln.\left(\ln x\right)$$

$$\frac{y'}{y}=1.\ln\left(\ln x\right)+x.\left(\frac{\frac{1}{x}}{\ln x}\right) \quad \rightarrow \quad y'=y.\left[\ln(\ln x)+x.\frac{1}{x.\ln x}\right]$$

$$y'=\left(\ln x\right)^x.\left[\ln(\ln x)+\frac{1}{\ln x}\right]$$