UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA
Facultad Economía y Administración
Materia: MATEMATICA I
Modalidad: No presencial

RECUPERACION 1° TURNO

RECUPERACION ° PARCIAL

1- Dada: $f(x)=\sqrt{2-x}$ determinar:

a) Dominio e Imagen

Dominio: $Df=\{\forall x \in R / x \leq 2\}$

$y=\sqrt{2-x} \rightarrow x=2-y^2$ Imagen: $If=\{\forall y \in R / y \geq 0\}$

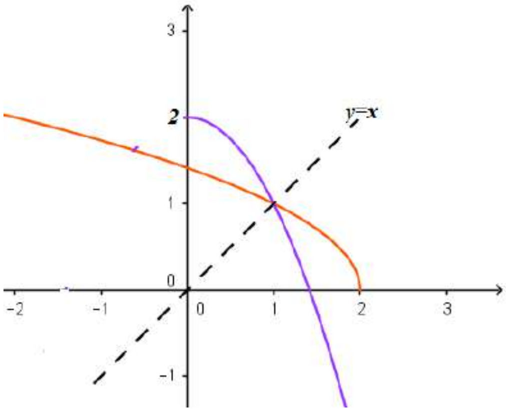
b) Inversa, en caso de ser necesario restrinja el dominio.-

$$\left.\begin{array}{l} f(x_1)=\sqrt{2-x_1} \\ f(x_2)=\sqrt{2-x_2} \end{array}\right\} \quad f(x_1)=f(x_2) \quad \rightarrow \quad \sqrt{2-x_1}=\sqrt{2-x_2} \quad \rightarrow x_1=x_2$$

Será sobreyectiva. La inversa será

$f^{-1}(x)=2-x^2$

c) Gráfica de la función con su inversa.-



2- Calcular: $\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+x}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+x}\right)\left(\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+x}\right)}{\left(\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+x}\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+3x}\right)^2-\left(\sqrt{x^2+x}\right)^2}{\left(\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+x}\right)}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x-\left(x^2+x\right)}{\left(\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+x}\right)} = = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x-x^2-x}{\left(\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+x}\right)} = = \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{\left(\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+x}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{\left(\sqrt{x^2\left(1+\frac{3}{x}\right)}+\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x}\right)}\right)} = = \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{\left(x\sqrt{\left(1+\frac{3}{x}\right)}+x\sqrt{\left(1+\frac{1}{x}\right)}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2}{\left(\sqrt{\left(1+\frac{3}{x}\right)}+\sqrt{\left(1+\frac{1}{x}\right)}\right)} = \frac{2}{2} = 1$$

$\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+x}=1$

3- Dada: $f(x)=\begin{cases}\sqrt{ax} & si\ \ 0\le x\le 2\\ \dfrac{x^5-32}{x^2-4} & si\ \ x>2\end{cases}$ determinar el valor del parámetro ***"a"*** para que la función dada sea continua.-

Se deben tomar limites laterales e igualarlos, es necesario que exista el limite para que sea continua:

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^5-32}{x^2-4}=\lim_{x\to 2^-}\sqrt{ax}\quad\to\quad\lim_{x\to 2^+}\frac{(x-2)\left(x^4+2x^3+4x^2+8x+16\right)}{(x-2)(x+2)}=\lim_{x\to 2^-}\sqrt{ax}$$

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{\left(x^4+2x^3+4x^2+8x+16\right)}{(x+2)}=\lim_{x\to 2^-}\sqrt{ax}\quad\to\quad\frac{80}{4}=\sqrt{2x}\quad\to\quad x=200$$

4- Dada: $f(x)=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$ determinar:

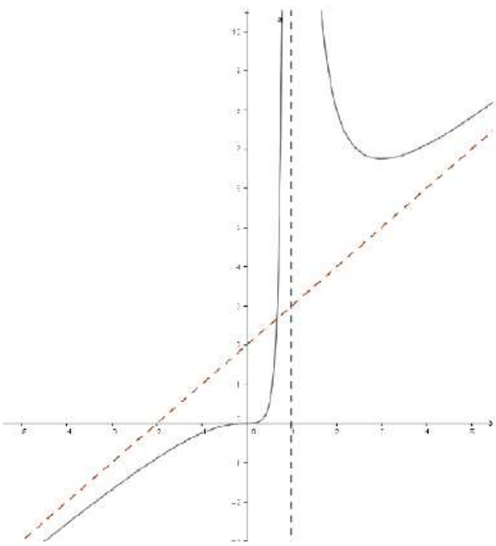
a) Asíntotas

- Asíntota vertical : $\left.\begin{array}{l}\displaystyle\lim_{x\to 1^+}\frac{x^3}{(x-1)^2}=+\infty\\ \displaystyle\lim_{x\to 1^-}\frac{x^3}{(x-1)^2}=+\infty\end{array}\right\}\ \exists\ \ Aíntota\ \ Vertical\ \ en\ \ x=1$

- Asíntota Horizontal $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{(x-1)^2}=\infty\qquad No\ \ exist\ \ asíntota\ \ Horizontal$

- Asíntota Oblicua $\left.\begin{array}{l}\displaystyle m=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^3}{(x-1)^2}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{x(x-1)^2}=1\\ \displaystyle b=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{(x-1)^2}-x=2\end{array}\right\}\ \ y=x+2$

b) Gráfica de las asíntotas determinadas.-



UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA
Facultad Economía y Administración
Materia: MATEMATICA I
Modalidad: No presencial

RECUPERACION 2º PARCIAL

1- Derivar:

a) $f(x)=\left[\ln\left(x^3-2x^2\right)\right]\left[\log_2\left(x^2-3x\right)\right]$ se deriva como producto

$$f'(x)=\frac{\left(3x^2-4x\right)}{\left(x^3-2x^2\right)}\left[\log_2\left(x^2-3x\right)\right]+\ln\left(x^3-2x^2\right)\left[\frac{(2x-3)}{\left(x^2-3x\right)}\log_2 e\right]$$

b) $y=\left[\left(x^2-3x\right)\right]^{\ln(x)}$

$$\ln y=\ln\left[\left(x^2-3x\right)\right]^{\ln(x)} \quad\rightarrow\quad \ln y=\ln(x).\ln\left[\left(x^2-3x\right)\right]$$

$$\frac{y'}{y}=\frac{1}{x}\ln\left[\left(x^2-3x\right)\right]+\ln(x).\frac{(2x-3)}{\left(x^2-3x\right)}$$

$$y'=\left[\left(x^2-3x\right)\right]^{\ln(x)}\left[\frac{1}{x}\ln\left[\left(x^2-3x\right)\right]+\ln(x).\frac{(2x-3)}{\left(x^2-3x\right)}\right]$$

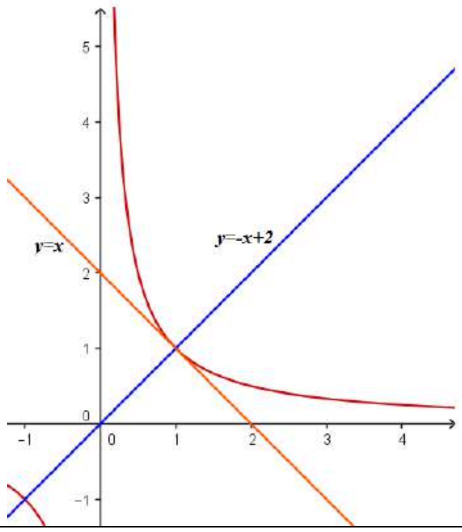
2- Dada: $f(x)=\dfrac{1}{x}$

$$f(1)=1 \quad ; \quad f'(x)=-\frac{1}{x^2} \quad\rightarrow\quad f'(1)=-1$$

a) Determinar Ecuación de la recta Tangente en $x_0=1$ $y_T=-1(x-1)+1$ $y_T=-x+2$

b) Determinar Ecuación de la Normal en $x_0=1$ $y_n=1(x-1)+1$ $y_N=x$

c) Gráfica de la función y las rectas determinadas



3- Dada: $f(x)=\dfrac{x^2}{\left(x^2+1\right)}$

a) Determinar y clasificar el/los punto/s critico/s

$$f'(x)=\frac{2x}{(x^2+1)^2} \rightarrow x_c=0 \qquad P=(0;0)$$

$$f''(x)=\frac{2(x^2+1)(1-3x^2)}{(x^2+1)^4} \rightarrow f''(0)=2>0 \qquad En\ \ P=(0;0)\ \ Existe\ \ Mínimo$$

b) Punto/s de inflexión

$$f''(x)=\frac{2(x^2+1)(1-3x^2)}{(x^2+1)^4}=0 \rightarrow solo\ \ se\ \ puede\ \ pedir\ \ que\ \ (1-3x^2)=0 \rightarrow \begin{cases} x_i=\frac{1}{\sqrt{3}} \\ x_i=-\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

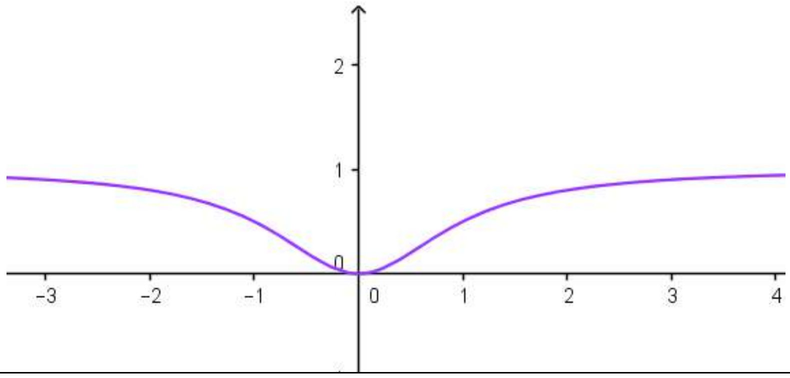
Los puntos de inflexión serán $P_i=\left(\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{4}\right) \quad ; \quad P_i=\left(-\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{4}\right)$

c) Intervalo de Crecimiento y DecrecimENTO

CRECE: $f'(x)=\frac{2x}{(x^2+1)^2}>0 \rightarrow 2x>0 \rightarrow x>0$

DECRECE: $f'(x)=\frac{2x}{(x^2+1)^2}<0 \rightarrow 2x<0 \rightarrow x<0$

d) Grafica de la función y los puntos determinados



UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA
Facultad Economía y Administración
Materia: MATEMATICA I
Modalidad: No presencial

RECUPERACION 2° TURNO

RECUPERACION 1° PARCIAL

5- Dada: $f(x)=\sqrt{x-2}$ determinar:

Dominio: $Df=\{\forall x \in R / x \geq 2\}$

$y=\sqrt{x-2} \rightarrow x=2+y^2$ Imagen: $If=\{\forall y \in R / y \geq 0\}$

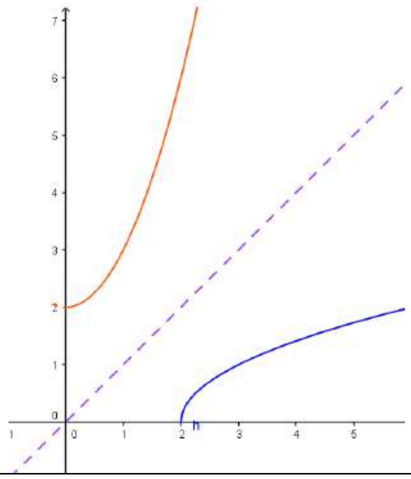
Inversa, en caso de ser necesario restrinja el dominio.-

$$\left.\begin{array}{l} f(x_1)=\sqrt{x_1-2} \\ f(x_2)=\sqrt{x_2-2} \end{array}\right\} \quad f(x_1)=f(x_2) \quad \rightarrow \quad \sqrt{x_1-2}=\sqrt{x_2-2} \quad \rightarrow x_1=x_2$$

Será sobreyectiva. La inversa será

$f^{-1}(x)=x^2+2$

Gráfica de la función con su inversa.-



6- Calcular: $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2-x}$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2-x}\right)\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}\right)}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-3x}\right)^2-\left(\sqrt{x^2-x}\right)^2}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x-\left(x^2-x\right)}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}\right)}==\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x-x^2+x}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}\right)}==\lim_{x\to\infty}\frac{-2x}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-x}\right)}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-2x}{\left(\sqrt{x^2\left(1-\frac{3}{x}\right)}+\sqrt{x^2\left(1-\frac{1}{x}\right)}\right)}==\lim_{x\to\infty}\frac{-2x}{\left(x\sqrt{\left(1-\frac{3}{x}\right)}+x\sqrt{\left(1-\frac{1}{x}\right)}\right)}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-2}{\left(\sqrt{\left(1-\frac{3}{x}\right)}+\sqrt{\left(1-\frac{1}{x}\right)}\right)}=-\frac{2}{2}=-1$$

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2-x}=-1$$

7- Dada: $f(x)=\begin{cases}(x+1)^2 & si \quad x<0\\ 2+(x+k)^{-1} & si \quad x\geq 0\end{cases}$ Determinar el valor de ***"k"*** para que la función dada sea continua.-

Se deben tomar limites laterales e igualarlos, es necesario que exista el limite para que sea continua:

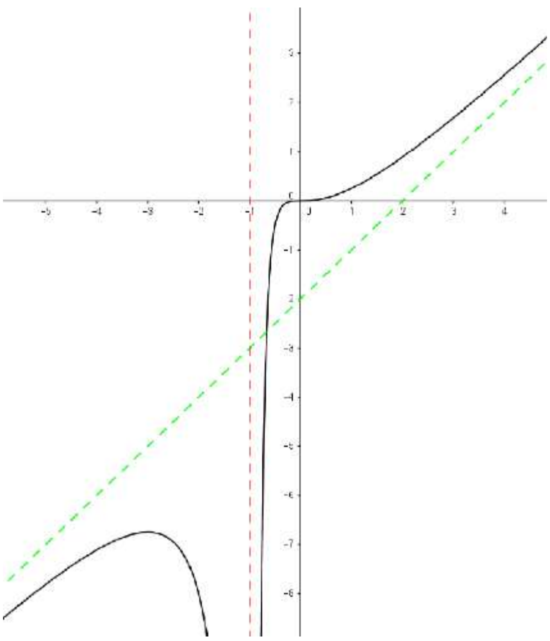
$$\lim_{x\to 0^+} 2+(x+k)^{-1}=\lim_{x\to 0^-}(x+1)^2 \quad \to 2+k^{-1}=1 \quad \to \frac{1}{k}=-1 \quad \to k=-1$$

8- Dada: $f(x)=\dfrac{x^3}{(x+1)^2}$ determinar:

Asíntotas

- Asíntota vertical : $\left.\begin{array}{l}\displaystyle\lim_{x\to -1^+}\frac{x^3}{(x+1)^2}=-\infty\\ \displaystyle\lim_{x\to -1^-}\frac{x^3}{(x+1)^2}=-\infty\end{array}\right\}\ \exists \ \ Aíntota \ \ Vertical \ \ en \ \ x=-1$
- Asíntota Horizontal $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{(x+1)^2}=\infty \qquad No \ \ exist \ \ asíntota \ \ Horizontal$
- Asíntota Oblicua $\left.\begin{array}{l}\displaystyle m=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^3}{(x+1)^2}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{x(x+1)^2}=1\\ \displaystyle b=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{(x+1)^2}-x=-2\end{array}\right\}\quad y=x-2$

Gráfica de las asíntotas determinadas.-



UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA
Facultad Economía y Administración
Materia: MATEMATICA I
Modalidad: No presencial

RECUPERACION 2º PARCIAL

4- Derivar:

$$F(x)=\left[\log_3\left(x^3-2x^2\right)\right]\left[\ln\left(x^2-3x\right)\right]$$

$$F'(x)=\left[\frac{\left(3x^2-4x\right)}{\left(x^3-2x^2\right)}\log_3 e\right]\ln\left(x^2-3x\right)+\left[\log_2\left(x^3-2x^2\right)\right]\frac{(2x-3)}{\left(x^2-3x\right)}$$

c) $y=[x]^{\ln\left(x^3+2x\right)}$

$$\ln y=\ln[x]^{\ln\left(x^3+2x\right)} \quad\rightarrow\quad \ln y=\ln(x^3+2x).\ln[x]$$

$$\frac{y'}{y}=\frac{\left(3x^2+2\right)}{\left(x^3+2x\right)}\ln[x]+\ln(x^3+2x).\frac{1}{x}$$

$$y'=[x]^{\ln\left(x^3+2x\right)}\left[\frac{\left(3x^2+2\right)}{\left(x^3+2x\right)}\ln[x]+\ln(x^3+2x).\frac{1}{x}\right]$$

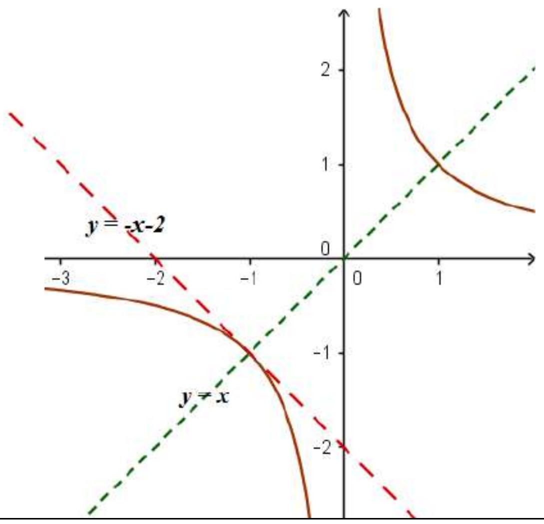
5- Dada: $f(x)=\dfrac{1}{x}$

$$f(-1)=-1 \quad ; \quad f'(x)=-\frac{1}{x^2} \quad\rightarrow\quad f'(-1)=-1$$

Determinar Ecuación de la recta Tangente en $x_0=-1$ $\quad y_T=-1(x+1)-1 \quad y_T=-x-2$

Determinar Ecuación de la Normal en $x_0=-1$ $\quad y_n=1(x+1)-1 \quad y_N=x$

Gráfica de la función y las rectas determinadas



6- Dada: $f(x)=-\dfrac{x^2}{\left(x^2+1\right)}$

Determinar y clasificar el/los punto/s critico/s

$$f'(x)=-\frac{2x}{\left(x^2+1\right)^2} \quad\rightarrow\quad x_c=0 \qquad P=(0;0)$$

$$f''(x) = -\frac{2(x^2+1)(1-3x^2)}{(x^2+1)^4} \rightarrow \quad f''(0) = -2 < 0 \quad En \;\; P = (0;0) \;\; Existe \;\; Máximo$$

Punto/s de inflexión

$$f''(x) = -\frac{2(x^2+1)(1-3x^2)}{(x^2+1)^4} = 0 \rightarrow solo \;\; se \;\; puede \;\; pedir \;\; que \;\; -(1-3x^2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_i = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \\ x_i = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

Los puntos de inflexión serán $P_i = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{4}\right) \quad ; \quad P_i = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{4}\right)$

Intervalo de Crecimiento y Decrecimiento

CRECE: $f'(x) = -\frac{2x}{(x^2+1)^2} > 0 \quad \rightarrow \quad -2x > 0 \quad \rightarrow \; x < 0$

DECRECE: $f'(x) = -\frac{2x}{(x^2+1)^2} < 0 \quad \rightarrow \quad -2x < 0 \quad \rightarrow \; x > 0$

Grafica de la función y los puntos determinados