



UCASAL
UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SALTA

Universidad Católica de Salta
Facultad de Economía y Administración – IEAD
Examen Final de Matemática I

CUIDADO, este examen tiene que realizarse de manera presencial en una sede, caso contrario no tiene valor

Está prohibido el uso de materiales teóricos, calculadoras manuales, teléfonos celulares, Internet y cualquier forma de inteligencia artificial. Asimismo, no está permitido utilizar herramientas de Word como tablas rápidas o fórmulas previamente cargadas, ni emplear cualquier estrategia que pueda interpretarse como plagio o una ventaja deshonesto en la resolución del examen.

Apellido y Nombres:

Número de DNI:

Criterio de evaluación: Adecuada aplicación de herramientas de Matemática I para resolver situaciones problemáticas contextualizadas y capacidad para argumentar y justificar las respuestas.

Condiciones de aprobación: Para aprobar el Examen Final, se requieren al menos 60 puntos, lo que equivale a obtener una calificación de 4.

Condiciones de presentación: Deberá presentarse en un archivo **formato PDF**. Se asume que el **foco** de cada problema son las **argumentaciones y justificaciones**, razón por la cual no podría aparecer únicamente una imagen capturada de un software, ni cálculos matemáticos aislados.



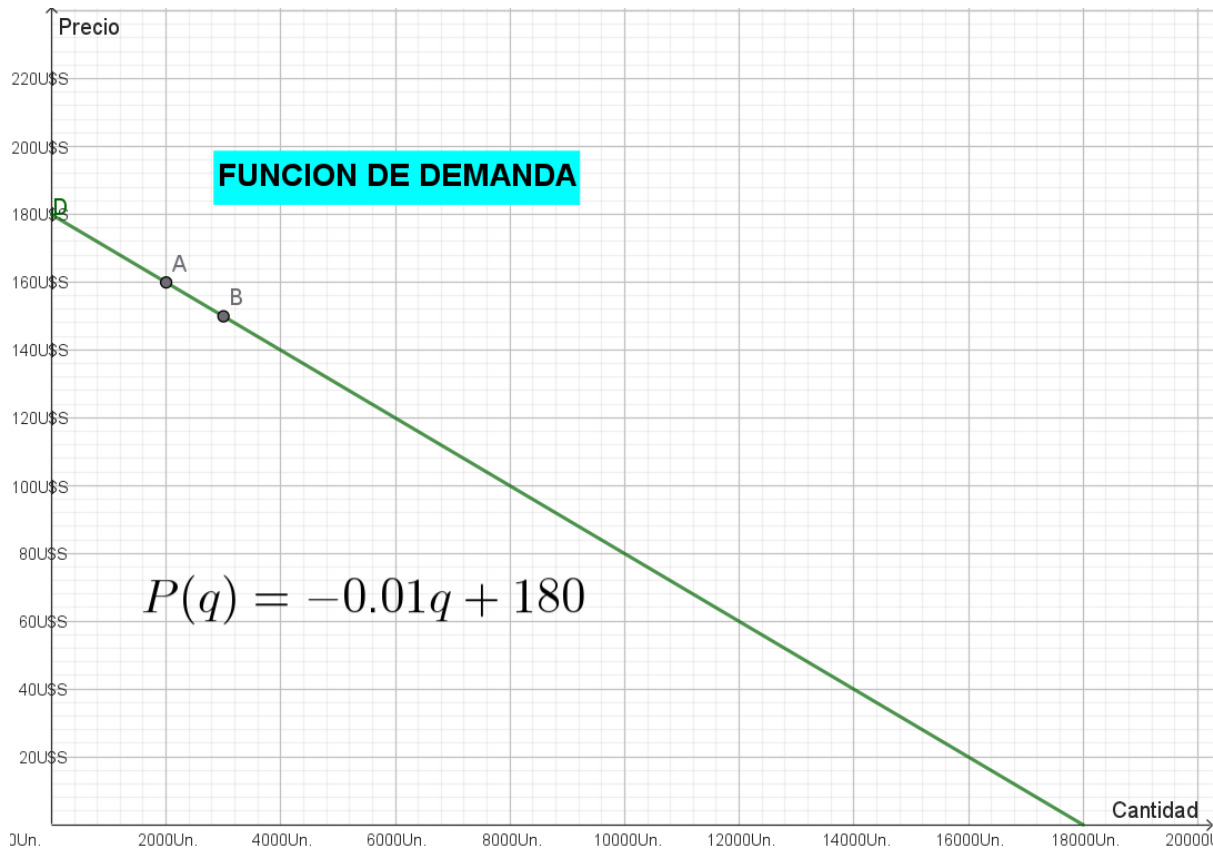
Actividades

1. Elasticidad precio de la demanda

Se sabe que para cierto producto son demandadas 2 mil unidades del mismo si el precio es de U\$S 160 la unidad, mientras que para un precio de U\$S 150, la demanda sería de 3 mil unidades. Actualmente el precio del producto es de U\$S 120 la unidad y se está pensando en subirlo a U\$S 130. Asumiendo un comportamiento lineal de la demanda, calcula la elasticidad precio de la demanda para este caso. Indica de qué tipo es la misma e interpreta el resultado en el contexto del problema. Fundamenta la respuesta.

Para poder determinar la elasticidad precio de la demanda, lo primero que se hace es hallar la función de demanda, podemos hacerlo llevando los datos históricos a una tabla para luego poder graficarla, asumiendo un comportamiento lineal de la demanda sabemos según la teoría económica que la grafica resultante debe ser una recta con pendiente negativa:

	A	B
1	Cantidad (unidades)	Precio (U\$S)
2	2000	160
3	3000	150



La Función de demanda es la siguiente:

$$P(q) = -0.01q + 180$$

Sabemos que la elasticidad del precio de la demanda es igual a la razón entre la variación de las cantidades y la variación del precio, entonces:

$$EPD = \left| \frac{\Delta Q}{\Delta P} \right| = \left| \frac{\frac{q_2 - q_1}{q_1}}{\frac{p_2 - p_1}{p_1}} \right|$$

Ahora necesito encontrar los valores de q , reemplazando los nuevos precios en la ecuación de demanda:

$$P(q) = -0.01q + 180$$

Se nos pide que calculemos la EPD para el precio de US\$ 120, entonces:

$$120 = -0.01q_1 + 180$$

$$\frac{120 - 180}{-0.01} = q_1$$

$$q_1 = 6000$$

Se está pensando en subirlo a US\$ 130, entonces:

$$130 = -0.01q_2 + 180$$

$$\frac{130 - 180}{-0.01} = q_2$$

$$q_2 = 5000$$

Reemplazamos para calcular la nueva elasticidad precio de la demanda:



$$EPD = \left| \frac{\frac{5000 - 6000}{5000}}{\frac{130 - 120}{120}} \right| = 2.4$$

Esto significa que la demanda es elástica ya que es mayor a 1, esto significa que a mayor precio, menor será la cantidad demandada y viceversa.

$$\Delta Q\% = \frac{5000 - 6000}{5000} * 100 = -20\%$$

La variación porcentual de las cantidades me indica que ante un aumento de precio la cantidad demandada será del 20% menos.

2. Selección para un comité estratégico

Una empresa va a participar de una feria de negocios en el exterior y debe seleccionar **un equipo de 4 personas** entre **12 empleados**. Los roles que deben asignarse dentro del equipo son los siguientes:

- **1 persona encargada de Presentaciones** (hablará con los potenciales clientes)
- **1 persona encargada de Logística** (coordinará traslados y materiales)
- **1 persona encargada de Recursos Humanos** (coordinará al personal)
- **1 persona encargada de Finanzas** (que controlará la contabilidad)

¿De cuántas maneras diferentes puede elegirse el equipo, asignando los roles según lo indicado?

Del enunciado se entiende que de entre 12 empleados sin importar cual fuere, deben elegirse 4 encargados dentro del equipo de una empresa para participar en una feria de negocios, si bien los puestos son diferentes, no tienen ninguna jerarquía distinta, entonces:

$$m = 12 \text{ (empleados)}$$

$$n = 4 \text{ (encargados)}$$

Encargado de Logística	Encargado de RRHH	Encargado de Finanzas	Encargado de Presentaciones
12	11	10	9

El análisis que se hace de esto es el siguiente, para elegir al encargado de logística debo elegir entre 12 empleados, una vez elegido, solo me quedan 11 empleados entre los cuales elegir para el puesto de encargado de RRHH, una vez elegido, solo me

quedan 10 empleados entre los cuales elegir para el puesto de encargado de Finanzas y una vez elegido el de finanzas solo me quedan 9 opciones para elegir al encargado de presentaciones.

Sabemos que, elegir a 1 de los encargados no condiciona la elección de los otros puestos, entonces podemos decir que la elección de cada encargado sucede en simultaneo, es decir no son eventos mutuamente excluyentes por lo que aplico el principio de la multiplicación:

$$Total = 12 * 11 * 10 * 9 = 11880$$

Esto quiere decir que habrán 11880 posibilidades de formar equipos diferentes de encargados.

3. Matriz insumo - producto

La interacción entre las industrias I y II está dada por la siguiente tabla, expresada en millones de dólares:

	Industria		Demanda Final
	I	II	
I	20	25	25
II	13	17	20
Otros	37	8	

- a) Construya el **cuadro de transacciones intersectoriales** si las demandas finales cambian a 30 para la industria I y 25 para la industria II. Explica la **operación matricial que realiza para obtener la nueva producción total** del cuadro de transacciones intersectoriales.



Nuevo cuadro de Transacciones Intersectoriales
NUEVO CUADRO DE TRANSACCIONES INTERSECTORIALES

	Ind I	Ind II	Dem. ...	Prod. Total
Ind I	24.38	30.95	30	85.32
Ind II	15.85	21.04	25	61.89
Otros	45.1	9.9		
Prod, Total	85.32	61.89		

Para poder determinar el nuevo cuadro de transacciones intersectoriales, lo primero que necesito es completar el cuadro dado y obtener las producciones totales del mismo, las mismas son iguales a la suma de la producción de cada industria y las demandas finales u otros, en este caso el cuadro completo seria el siguiente:

	A	B	C	D	E
1		Ind I	Ind II	Dem. ...	Prod. Total
2	Ind I	20	25	25	70
3	Ind II	13	17	20	50
4	Otros	37	8		
5	Prod. Total	70	50		

Si expreso matricialmente las producciones de cada industria, obtendré una matriz de orden 2x2, la cual llamaré P:

$$P = \begin{pmatrix} 20 & 25 \\ 13 & 17 \end{pmatrix}$$

Tomando como matriz también a los datos obtenidos de las producciones totales, llamare PT a esta matriz:

$$PT = \begin{pmatrix} 70 \\ 50 \end{pmatrix}$$

Sabemos podemos obtener los coeficientes técnicos de la producción de cada industria, si la dividimos por su producción total, entonces, denotare a la matriz de coeficientes técnicos como A:

$$= A = P * PT^{-1}$$

Lo expresamos algebraicamente porque según la teoría las divisiones entre matrices no existen, entonces la matriz A quedara definida así:



B7 =B2 / \$B\$5

	A	B	C	D	E
1		Ind I	Ind II	Dem. ...	Prod. Total
2	Ind I	20	25	25	70
3	Ind II	13	17	20	50
4	Otros	37	8		
5	Prod, Total	70	50		
6					
7	Matriz de Coef Tecnicos	0.29	0.5		
8		0.19	0.34		

$$A = \begin{pmatrix} 0.29 & 0.5 \\ 0.19 & 0.34 \end{pmatrix}$$

Sabemos que los coeficientes técnicos son constantes ante un cambio en las demandas finales, por lo tanto, son de suma importancia en la teoría económica.

Estamos usando el método de Lontief para obtener el nuevo cuadro de transacciones intersectoriales, para continuar con el método debo hallar la matriz de Lontief que es igual a:

$$L = I - A$$

Donde I es la matriz identidad confortable para la resta, es decir del mismo tamaño 2x2

Matriz de Lontief	0.71	-0.5
	-0.19	0.66

$$L = \begin{pmatrix} 0.71 & -0.5 \\ -0.19 & 0.66 \end{pmatrix}$$

Luego debo hallar la matriz de coeficientes directos e indirectos la cual llamare B, que es la inversa de la matriz de Lontief:

$$B = (I - A)^{-1}$$

Para poder calcularla se debe cumplir la condición que el determinante de la matriz de Lontief sea distinto de cero:



Vista Algebraica

Cálculo Simbólico (CAS)

☐ A2 = "Ind I"
☐ A3 = "Ind II"
☐ B1 = "Ind I"
☐ C1 = "Ind II"
☐ D1 = "Dem. Fin"
☐ E1 = "Prod. Total"
☐ A4 = "Otros"
☐ A5 = "Prod, Total"
☐ A7 = "Matriz de Coef Tecnico"
☐ $MCT = \begin{pmatrix} 0.29 & 0.5 \\ 0.19 & 0.34 \end{pmatrix}$ Texto A7
☐ A9 = "Matriz identidad"
☒ $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
☐ A11 = "Matriz de Lontief"
☐ $L = \begin{pmatrix} 0.71 & -0.5 \\ -0.19 & 0.66 \end{pmatrix}$

1

Determinante(L)
 $\rightarrow \frac{53}{140}$

2

\$1
 ≈ 0.38

3

Es invertible, por lo tanto, la calculo:

$$B = \begin{pmatrix} 1.74 & 1.32 \\ 0.49 & 1.89 \end{pmatrix}$$

A13 = "Matriz de Coef D e I"

Lista B: Inversa(L)

Con esta matriz y la matriz de nuevas demandas finales que son las que nos dan como dato en el enunciado puedo calcular las nuevas producciones totales y estar más cerca del nuevo cuadro de transacciones intersectoriales, sabiendo que las nuevas producciones totales, se calculan multiplicando la matriz B (coeficientes directos e indirectos) con la Matriz de nuevas demandas finles que llamare NDF, y la matriz de nuevas producciones totales la llamare NPT

$$NPT = B * NDF$$

Entonces:

Nuevas Prod, Totales	85.32
	61.89



NUEVO CUADRO DE TRANSACCIONES INTERSECTORIALES

	Ind I	Ind II	Dem. ...	Prod. Total
Ind I	24.38	30.95	30	85.32
Ind II	15.85	21.04	25	61.89
Otros	45.1	9.9		
Prod, Total	85.32	61.89		

b) Tome un valor particular de la entrada del nuevo cuadro de transacciones intersectoriales y explique la información que estaría brindado.

Por ejemplo, si entramos por la columna de la industria I la información que da es que ind I demanda o compra 24.38 millones de dólares de la ind I y demanda 15.85 millones de dólares de la Ind II.

4. Empresa metalúrgica

Una empresa metalúrgica fabrica tres productos A, B y C, que requiere se procesen en tres máquinas diferentes: corte de materiales, soldadura y pintura. La cantidad de horas de uso de cada máquina por unidad de producto se detalla en la siguiente tabla:

	A	B	C
Corte	3 h	1 h	2 h
Soldadura	1 h	2 h	1 h
Pintura	2 h	4 h	1 h

La empresa dispone de 440 horas para corte, 310 horas para soldadura y 560 horas de pintura al mes. ¿Cuántas unidades de cada producto deben fabricarse para utilizar la cantidad de horas disponible de las máquinas sin desaprovechar recursos? Plantee un sistema de ecuaciones lineales y resuelva el mismo a partir de algún método de álgebra matricial, fundamentando con argumentos matemáticos y económicos.

Identifico las variables:

X=unidades del producto A

Y=unidades del Producto B

Z=unidades del Producto C

Planteo el sistema de ecuaciones:

$$3x + y + 2z = 440$$

$$x + 2y + z = 310$$

$$2x + 4y + z = 560$$

Aplico método de Gauss Jordan, utilizando la matriz ampliada, es decir, la de coeficientes con la de términos independientes y realizando operaciones entre filas para lograr obtener los resultados de las variables llegando a una matriz identidad, buscando pivotes y anulando elementos de la siguiente manera:

A5	 	=A1 / \$A\$1		
	A	B	C	D
1	3	1	2	440
2	1	2	1	310
3	2	4	1	560
4				
5	1	0.33	0.67	146.67
6	1	2	1	310
7	2	4	1	560
8				



A10		=A6 - A5 \$A\$6			
	A	B	C	D	
1	3	1	2	440	
2	1	2	1	310	
3	2	4	1	560	
4					
5	1	0.33	0.67	146.67	
6	1	2	1	310	
7	2	4	1	560	
8					
9	1	0.33	0.67	146.67	
10	0	1.67	0.33	163.33	
11	0	3.33	-0.33	266.67	

Actividades para alumnos libres (que se anexan a las anteriores)

5. Inversiones.

Una compañía invirtió U\$S 80.000 en bonos y acciones. Con una parte de ese dinero compró bonos que le producen un beneficio del 34% anual y el resto, en acciones, que le producen una rentabilidad del 20% anual. Si desea que la inversión total tenga una rentabilidad de al menos U\$S 24.000 ¿Cuánto debe invertir en bonos y cuánto en acciones?

6. Razón de deuda

El gerente de una compañía decide pedir un préstamo a corto plazo para hacerse de inventario. La compañía tiene un activo total de U\$S 500.000 y un pasivo total de U\$S 220.000. ¿Hasta qué importe pueden pedir prestado dinero si quiere que su razón de deuda sea inferior o igual al 50%? Fundamente su respuesta.