APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	DOCENTE (nombre y apellido):
TEL:	
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 40'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Sea $f(x) = 5 + ln(x+1)$ determinar su dominio e imagen, y hallar la ecuación de su función inversa.

Para la resolución de este ejercicio utilizaremos los conceptos vistos del tema "Función Logarítmica"

Para calcular el dominio de una función logarítmica debemos tener en cuenta que el argumento del logaritmo no puede ser negativo ni cero. Entonces,

$$x + 1 > 0$$

Despejando:

$$x > -1$$

Por lo tanto:

$$Dom\ f(x) = (-1; +\infty)$$

La función logarítmica no tiene ninguna restricción en la imagen por lo que:

$$Im\ f(x) = \mathbb{R}$$

Para calcular la inversa debemos intercambiar el lugar de las variables y despejar la variable y.

$$y = 5 + ln(x+1)$$

$$x = 5 + ln(y+1)$$

$$x - 5 = ln(y+1)$$

Aplicando la definición de logaritmo:

$$e^{x-5} = y + 1$$

$$e^{x-5} - 1 = y$$

Entonces: $f^{-1}(x) = e^{x-5} - 1$

2. Hallar $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}$ para que la función $\boldsymbol{f(x) = -x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 12x - a}$ corte al eje $\boldsymbol{x}$ en $\boldsymbol{x = 1}$.

De acuerdo con lo estudiado en la unidad 2, Funciones, Función Polinómica, puede afirmarse que $f(1) = 0$, entonces:

$$-1^4 + 3.1^3 + 2.1^2 - 12.1 - a = 0$$

$$-1 + 3 + 2 - 12 - a = 0$$

Despejando a resulta:

$$a = -8$$

3. Resolver: $\int \boldsymbol{sen\ (x).\cos\ (x)\ dx}$

Para la realización de este ejercicio se deben considerar los siguientes contenidos: Funciones trigonométricas Derivadas. Tabla de derivadas Integrales; Métodos de integración: sustitución

Es posible resolver esta integral mediante el método de sustitución:

C. A

$$\int sen(x).\cos(x)\,dx$$

Aplicamos el método de sustitución:

$u = sen\ x$

$du = \cos x\, dx$

$$\int u\, du$$

Resolvemos la integral

$$\frac{u^2}{2} + c$$

Reemplazamos por u= $sen\ x$

$$\int sen(x).\cos(x)\,dx = \frac{sen^2 x}{2} + c$$

4. Hallar $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}$ para que $\vec{\boldsymbol{u}} = (\boldsymbol{a}; \mathbf{5})$ y $\vec{\boldsymbol{v}} = \left(-\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}}; \mathbf{1}\right)$ sean perpendiculares.

Debemos encontrar el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que los vectores resulten perpendiculares. Sabemos que para que dos vectores sean perpendiculares su producto escalar debe ser nulo, es decir $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

Planteamos el producto para este caso y resulta:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Resolvemos el producto escalar:

$$(a; 5) \cdot \left(-\frac{5}{2}; 1\right) = 0$$

$$-\frac{5}{2}a + 5 \cdot 1 = 0$$

$$-\frac{5}{2}a + 5 = 0$$

Despejamos

$$5 = \frac{5}{2}a \leftrightarrow a = 2$$