Tema 2

Abril 2025

Primer parcial Matemática Aplicada I

1. Dada la función producción *Q = 3xy* y los precios de los insumos son $p_x = 5\ p_y = 10$ Hallar la máxima producción con un costo total de 500

2. Dada la función implícita, donde se define una $z = f(x, y)$ hallar $Z'_x\, Z'_y\, Z''_{yx}$
$$x + 3zy + z^3 - xy^2 = 0$$

3. Sea la función de producción $q = 4x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{3}{4}}$Determinar cómo es su rendimiento a escala y hallar trayectoria de expansión si $x_{1=¿10\,x_{2=¿20¿}¿}$

4. Dado el siguiente sistema implícito hallar $\frac{dx}{dv}\frac{dy}{dv}$ en el punto $(x, y, v) = (-1, 1, 1)$
$$\begin{cases} 2xy^2 + xv^2 + vy = 0 \\ x^2 + 6xy + v^2x - v + 7 = 0 \end{cases}$$

5. Dada la siguiente función $\sqrt[4]{x^3 + 2x^2 y}$ indicar el grado de homogeneidad y verificar el teorema de Euler.

1) $U = 3xy$

$K = 3xy$

$$y = \frac{K}{3x}$$

$$y' = \frac{0 \cdot (3x) - K \cdot 3}{(3x)^2}$$

$$y' = \frac{-3K}{9x^2}$$

$$y' = \frac{-K}{3x^2}$$

$5x + 10y = 500$

$10y = 500 - 5x$

$y = 50 - \frac{1}{2}x$

$y' = -\frac{1}{2}$

$$-\frac{1}{2} = \frac{-K}{3x^2}$$

$-\frac{1}{2}(3x^2) = -K$

$\frac{3}{2}x^2 = K$

$\frac{3}{2}x^2 = 3xy$

$\frac{1}{2}x^2 = xy$

$\frac{1}{2}x = y$

$5x + 10\left(\frac{1}{2}x\right) = 500$

$5x + 5x = 500$

$10x = 500$

$x = 50$

$\frac{1}{2}(50) = y$

$25 = y$

elmát $= 3(50)(25) = 3750$

2) $z'_x = -\frac{F'_x}{z'_x} = z'_x = -\frac{1 - y^2}{3y + 3z^2}$

$z'_y = -\frac{F'_y}{z'_y} = z'_y = -\frac{3z - 2xy}{3y + 3z^2}$

$$z'_{yx} = -\frac{(3z'_x - 2y)(3y + 3z^2) - (3z - 2xy)(6zz'_x)}{(3y + 3z^2)^2}$$

3) $q = 4x_1^{1/2} x_2^{3/4} \rightarrow$ COBB DOUGLAS

$\hookrightarrow 1/2 + 3/4 = 5/4 > 1$

rendimentos crescentes a escala

$$TST(x_2/x_1) = \frac{2x_1^{-1/2} x_2^{3/4}}{3x_1^{1/2} x_2^{-1/4}}$$

$= \frac{2x_2}{3x_1} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{10}{20} \Rightarrow 2 \cdot 20 x_2 = 3 \cdot 10 x_1$

$40 x_2 = 30 x_1$

$x_2 = \frac{3}{4} x_1$

T Ex.

4)

$$J = \begin{vmatrix} F'_x & F'_y \\ G'_x & G'_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4xy + v & 2x^2 + v \\ 2x + 6y + v^2 & 6x \end{vmatrix}$$

$$J = \begin{vmatrix} -3 & 3 \\ 5 & -6 \end{vmatrix} = J = 18 - 15 = J = 3$$

$$\frac{dx}{dv} = -\frac{\begin{vmatrix} F'_v & F'_y \\ G'_v & G'_y \end{vmatrix}}{3} = -\frac{\begin{vmatrix} 2xv + y & 3 \\ 2vx - 1 & -6 \end{vmatrix}}{3} = -\frac{\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -3 & -6 \end{vmatrix}}{3}$$

$$\frac{dx}{dv} = -5$$

$$\frac{dy}{dv} = -\frac{\begin{vmatrix} F'_x & F'_v \\ G'_x & G'_v \end{vmatrix}}{3} = -\frac{\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}}{3} = -\frac{14}{3}$$

5) $\sqrt[4]{\lambda^3 x^3 + 2\lambda x \lambda^2 y^2} = \sqrt[4]{\lambda^3} = \lambda^{3/4}$ → grado

$F'_x = 1/4\left(x^3 + 2xy^2\right)^{-3/4} \cdot 3x^2 + 2y^2$ $\quad$ $F'_y = 1/4\left(x^3 + 2xy^2\right)^{-3/4} \cdot 4xy$

$$x\left(1/4\left(x^3+2xy^2\right)^{-3/4}\cdot 3x^2+2y^2\right)+y\left(1/4\left(x^3+2xy^2\right)^{-3/4}\cdot 4xy\right)$$

$$1/4\left(x^3+2xy\right)^{-3/4}\cdot\left(3x^3+2y^2x+4xy^2\right)^1 \to 3\left(x^3+2xy^2\right)$$

$$3/4\left(x^2+2xy\right)^{1/4}=3/4\left(x^2+2xy\right)^{1/4}$$