Tema 1

Abril 2025

Primer parcial Matemática Aplicada I

1. Dada la función producción *Q = 6xy* y los precios de los insumos son $p_x=10\ p_y=20$ Hallar la máxima producción con un costo total de 1000

2. Dada la función implícita, donde se define una $z=f(x,y)$ hallar $Z'_x\ Z'_y\ Z''_{xy}$

$$x+3zy-y^2x+z^3=0$$

3. Dado el siguiente sistema implícito hallar $\frac{dx}{dv}\frac{dy}{dv}$ en el punto $(x,y,v)=(-1,1,1)$

$$\begin{cases} x^3+3xy^2+v^2y-v+4=0 \\ x^2-6xy+2vx+v-6=0 \end{cases}$$

4. Dada la siguiente función $\sqrt[3]{x^3+x^2y}$ indicar el grado de homogeneidad y verificar el teorema de Euler.

5. Dadas las demandas de dos bienes $D_1=\frac{1}{2p_1}+\frac{2}{p_2}\qquad D_2=P_1+P_2^3$

   Mediante elasticidades parciales clasificar los bienes, las demandas y los bienes entre sí, sabiendo que $p_1=6\ p_2=2$

1)

$q = 6xy$

$K = 6xy$

$y = \frac{K}{6x}$

$y' = \frac{0 \cdot (6x) - K \cdot 6}{(6x)^2}$

$y' = \frac{-6K}{36x^2} \Rightarrow y' = \frac{-K}{6x^2}$

$10x + 20y = 1000$

$20y = 1000 - 10x$

$y = 50 - \frac{1}{2}x$

$y' = -\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2} = \frac{-K}{6x^2}$

$-\frac{1}{2}(6x^2) = -K$

$-3x^2 = -K$

$3x^2 = K$

$K = 6xy$

$3x^2 = 6xy$

$\frac{1}{2}x^2 = xy$

$\frac{1}{2}x = y$ $\rightarrow$ $10x + 20\left(\frac{1}{2}x\right) = 1000$

$10x + 10x = 1000$

$20x = 1000$

$x = 50$

$\frac{1}{2}(50) = y$

$25 = y$

$U_{máx} = 6(50)(25) = 7500$

2)

$$z'_x = -\frac{F'_x}{z'_x} \qquad z'_y = -\frac{F'_y}{z'_y}$$

$$z'_x = -\frac{1-y^2}{3y+3z^2} \qquad z'_y = -\frac{3z-2yx}{3y+3z^2}$$

$$z''_{xy} = -\frac{(-2y)\cdot(3y+3z^2)-(1-y^2)\cdot(3+6z\cdot z'_y)}{(3y+3z^2)^2}$$

3)

$$J = \begin{vmatrix} F'_x & F'_y \\ G'_x & G'_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3x^2+3y^2 & 6xy+v^2 \\ 2x-6y+2v & -6x \end{vmatrix}$$

$$(x,y,v) = (-1,1,1) = \begin{vmatrix} 6 & -5 \\ -6 & 6 \end{vmatrix} = 36-30$$

$$J = 6$$

$$\frac{dx}{dv} = -\frac{\begin{vmatrix} F'_v & F'_y \\ G'_v & F'_y \end{vmatrix}}{6} = -\frac{\begin{vmatrix} 2vy-1 & -5 \\ 2x+1 & 6 \end{vmatrix}}{6} = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}}{6}$$

$$\frac{dx}{dv} = -\frac{1}{6}$$

$$\frac{dy}{dv} = -\frac{\begin{vmatrix} F'_x & F'_v \\ G'_x & G'_v \end{vmatrix}}{6} = -\frac{\begin{vmatrix} 6 & 1 \\ -6 & -1 \end{vmatrix}}{6} = 0$$

4) $\sqrt[3]{x^3 + x^2 y} \Rightarrow \sqrt[3]{t^3 x^3 + t^2 x\, t y}$

$\downarrow$

$(x^3 + x^2 y)^{1/3}$ $\qquad \sqrt[3]{t^3} = t = 1$

$$F'_x = 1/3 \left(x^3 + x^2 y\right)^{-2/3} \cdot 3x^2 + 2xy$$

$$F'_y = 1/3 \left(x^3 + x^2 y\right)^{-2/3} \cdot x^2$$

$$x\left(1/3 \left(x^3 + x^2 y\right)^{-2/3} \cdot 3x^2 + 2xy\right) + y\left(1/3\left(x^3 + x^2 y\right)^{-2/3} \cdot x^2\right)$$

$$1/3 \left(x^3 + x^2 y\right)^{-2/3} \cdot \left(3x^3 + 2x^2 y + x^2 y\right)^1 \Rightarrow 3\left(x^3 + x^2 y\right)$$

$$\left(x^3 + x^2 y\right)^{1/3} = 1 \cdot \left(x^3 + x^2 y\right)^{1/3}$$

5)

$D_1 = 2P_1^{-1} + P_2^{-2} \qquad D_2 = P_1 + P_2^3 \qquad P_1 = 6 \quad P_2 = 2$

$$\frac{ED_1}{EP_1} = \frac{P_1}{2P_1^{-1} + P_2^{-2}} \cdot -2P_1^{-2}$$

$$= \frac{-2P_1^{-1}}{2P_1^{-1} + P_2^{-2}} = -\frac{4}{7} < 0 \text{ Típico} \qquad \left|\frac{ED_1}{EP_1}\right| < 1 \text{ inelastico}$$

$$\frac{ED_2}{P_2} = \frac{P_2}{P_1 + P_2^3} \cdot 3P^2$$

$$= \frac{3P_2^3}{P_1 + P_2^3} = 12/7 > 0 \text{ GIFFEN} \qquad \left|\frac{ED_2}{EP_2}\right| > 1 \text{ elastico}$$

$$\frac{ED_1}{EP_2} = \frac{P_2}{2P^{-1} + P_2^{-2}} \cdot -2P^{-3} \qquad \frac{ED_2}{EP_1} = \frac{P_1}{P_1 + P_2^3} \cdot 1$$

$$= \frac{-2P^{-2}}{2P^{-1} + P_2^{-2}} = -6/7 \qquad = \frac{P_1}{P_1 + P_2^3} = 3/7$$

ambos son independientes