Práctica 0

Preliminares

Nota a los alumnos.

Los temas que se incluyen en esta práctica se suponen conocidos por ustedes y, debido a que éstos serán necesarios a lo largo de todo el curso, es fundamental que, a modo de repaso, resuelvan estos ejercicios consultando bibliografía y/o al docente.

Ejercicios

Ejercicio 1. Calcular

a) $1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$

b) $\frac{12}{24} - \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{5}\right) - \frac{1}{4}\left(1 - 2 + \frac{1}{5}\right)$

c) $\dfrac{\left(\frac{1}{9} + \frac{2}{6} - \frac{1}{4}\right)}{\left(5 + \frac{1}{7}\right)}$

d) $\left(18 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)^2\right)^{-1}$

e) $\left(\dfrac{\frac{1}{27}}{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$

f) $\left(\dfrac{\frac{1}{27}}{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$

g) $\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) - \left(-1 - \frac{1}{5}\right) + 2\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{18}\right) - \left(3\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{2}{7} + \frac{3}{14}\right)\right)$

Ejercicio 2. Ordenar de menor a mayor

a) $\frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}$

b) $-\frac{1}{5}; -\frac{1}{8}; -\frac{1}{1000}$

c) $\frac{9}{5}; \frac{3}{4}; -\frac{2}{9}; \frac{1}{7}; -\sqrt{2}; 3\sqrt{3}; -\frac{1}{17}; \pi; (\pi)^2; (-\pi)^2, -\pi^2; (100)^{\frac{1}{2}}; (100)^{-\frac{1}{2}}$

Ejercicio 3. Analizar la validez de las siguientes afirmaciones. Dar un contraejemplo para las que no son válidas.

a) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ si $ab \geq 0$

b) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

c) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

d) $\sqrt{a^2} = a$

e) $(2^2)^n = 2^{2n}$

f) $\sqrt{a^2} \geq 0$

g) $\dfrac{1}{a+b} = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}$ si $ab \neq 0$

h) $a^{m+n} = a^m . a^n$ si $a \neq 0$

i) $a^0 = 1$ si $a \neq 0$

j) $a^{-2} = \dfrac{1}{a^2}$ si $a \neq 0$

Ejercicio 4. Resolver las ecuaciones

a) $6x^2 - 6x - 12 = 0$

b) $9x^2 - 12x + 4 = 0$

c) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

d) $15x^2 = 8x - 1$

e) $3x^2 - 5x = 2$

f) $x^2 + 2\pi x - \sqrt{2} = 0$

Ejercicio 5. Graficar en el plano los siguientes conjuntos.

a) $A_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 1\}$

b) $A_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 2\}$

c) $A_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y < 2\}$

d) $A_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \; -3 < y < 2\}$

e) $A_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 1; y < 2\}$

f) $A_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = y\}$

g) $A_7 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 2y\}$

h) $A_8 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 2y + 1\}$

i) $A_9 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \cdot y < 0\}$

j) $A_{10} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \cdot y = 0\}$

k) $A_4 \cap A_6$

l) $A_2 \cup A_7$

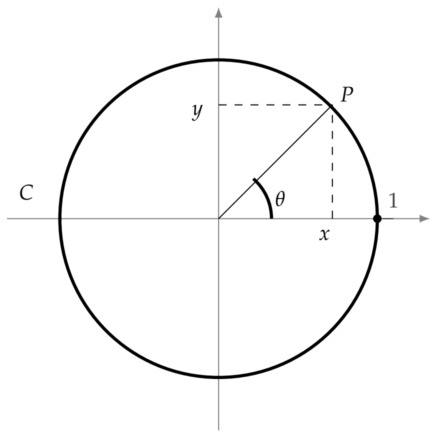
m) $A_3 \cap A_{10}$

n) $A_3 \cup A_4$

ñ) $(A_8 \cup A_3) \cap A_9$

o) $A_9 \cap A_{10}$

Ejercicio 6. Sea C la circunferencia de radio 1 y centro en el origen. Sea θ un ángulo, $0 \leq \theta \leq 360°$, con vértice en el origen, uno de cuyos lados coincide con el semieje positivo de las x. Sea P el punto donde el otro lado de θ interseca a C.



Si $P = (x, y)$, se define

$$\cos(\theta) = x \qquad \operatorname{sen}(\theta) = y$$

a) ¿Cuánto valen $\operatorname{sen}(90^\circ)$; $\cos(180^\circ)$; $\cos(270^\circ)$ y $\operatorname{sen}(180^\circ)$?

b) Decidir si son positivos o negativos $\operatorname{sen}(37^\circ)$; $\cos(224^\circ)$; $\operatorname{sen}(185^\circ)$.

c) Para todo θ se tiene que $\operatorname{sen}^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$. ¿Por qué? Deducir que

$$-1 \leq \operatorname{sen}(\theta) \leq 1 \text{ y que } -1 \leq \cos(\theta) \leq 1.$$

d) La longitud de la circunferencia de radio 1 es 2π. Hallar la longitud del arco que corresponde a los siguiente ángulos

(I) $\theta = 30^\circ$
(II) $\theta = 45^\circ$
(III) $\theta = 60^\circ$
(IV) $\theta = 72^\circ$
(V) $\theta = 300^\circ$
(VI) $\theta = 432^\circ$
(VII) $\theta = 210^\circ$
(VIII) $\theta = 270^\circ$
(IX) $\theta = 750^\circ$
(X) $\theta = 90^\circ$
(XI) $\theta = 780^\circ$
(XII) $\theta = 135^\circ$

Graficar en cada caso los ángulos y arcos de la circunferencia de radio 1.

e) Sabiendo que

θ	$0^\circ \sim 0$	$30^\circ \sim \frac{\pi}{6}$	$45^\circ \sim \frac{\pi}{4}$	$60^\circ \sim \frac{\pi}{3}$	$90^\circ \sim \frac{\pi}{2}$
$\operatorname{sen}(\theta)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(\theta)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

y que

$$\operatorname{sen}(\theta \pm \alpha) = \operatorname{sen}(\theta)\cos(\alpha) \pm \operatorname{sen}(\alpha)\cos(\theta)$$

$$\cos(\theta \pm \alpha) = \cos(\theta)\cos(\alpha) \mp \operatorname{sen}(\theta)\operatorname{sen}(\alpha)$$

calcular

$$\operatorname{sen}\left(\frac{7\pi}{12}\right) \qquad \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) \qquad \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \qquad \operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{6}\right) \qquad \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$$

f) Hallar θ sabiendo que

$$\text{(I)} \begin{cases} \operatorname{sen}(\theta) &= -\dfrac{1}{2} \\ \cos(\theta) &= \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \qquad \text{(II)} \begin{cases} \operatorname{sen}(\theta) &= -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos(\theta) &= -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \qquad \text{(III)} \begin{cases} \operatorname{sen}(\theta) &= \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos(\theta) &= -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$