ANÁLISIS MATEMÁTICO II (284)

Docente: María José Fernandez

Cátedra: María José Bianco

Sede: Paternal

UBA FCE
Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas

RESOLUCIÓN

1º PARCIAL

TEMA A

EJERCICIO 1

Dada la función $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y}$

a) Calcular, si existen, las derivadas parciales $f'_x(0,0)$ y $f'_y(0,0)$.

Se deben calcular ambas derivadas por definición:

$f'_x(0,0) = \lim_{x\to 0} \frac{f(x,0)-f(0,0)}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2}-0}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{|x|}{x} = \nexists$ Como no existe este límite, se puede asegurar que $f'_x(0,0)$ NO existe

$f'_y(0,0) = \lim_{y\to 0} \frac{f(0,y)-f(0,0)}{y} = \lim_{y\to 0} \frac{\sqrt{y}-0}{y} = \lim_{y\to 0} \frac{1}{\sqrt{y}} = \infty$ Como este límite es infinito, se puede asegurar que $f'_y(0,0)$ NO existe

Por lo tanto, la función dada no es derivable en el origen

b) ¿Es continua la función en (0,0)? Justificar claramente la respuesta.

i) $f(0,0) = 0$

ii) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \sqrt{x^2 + y} = 0$

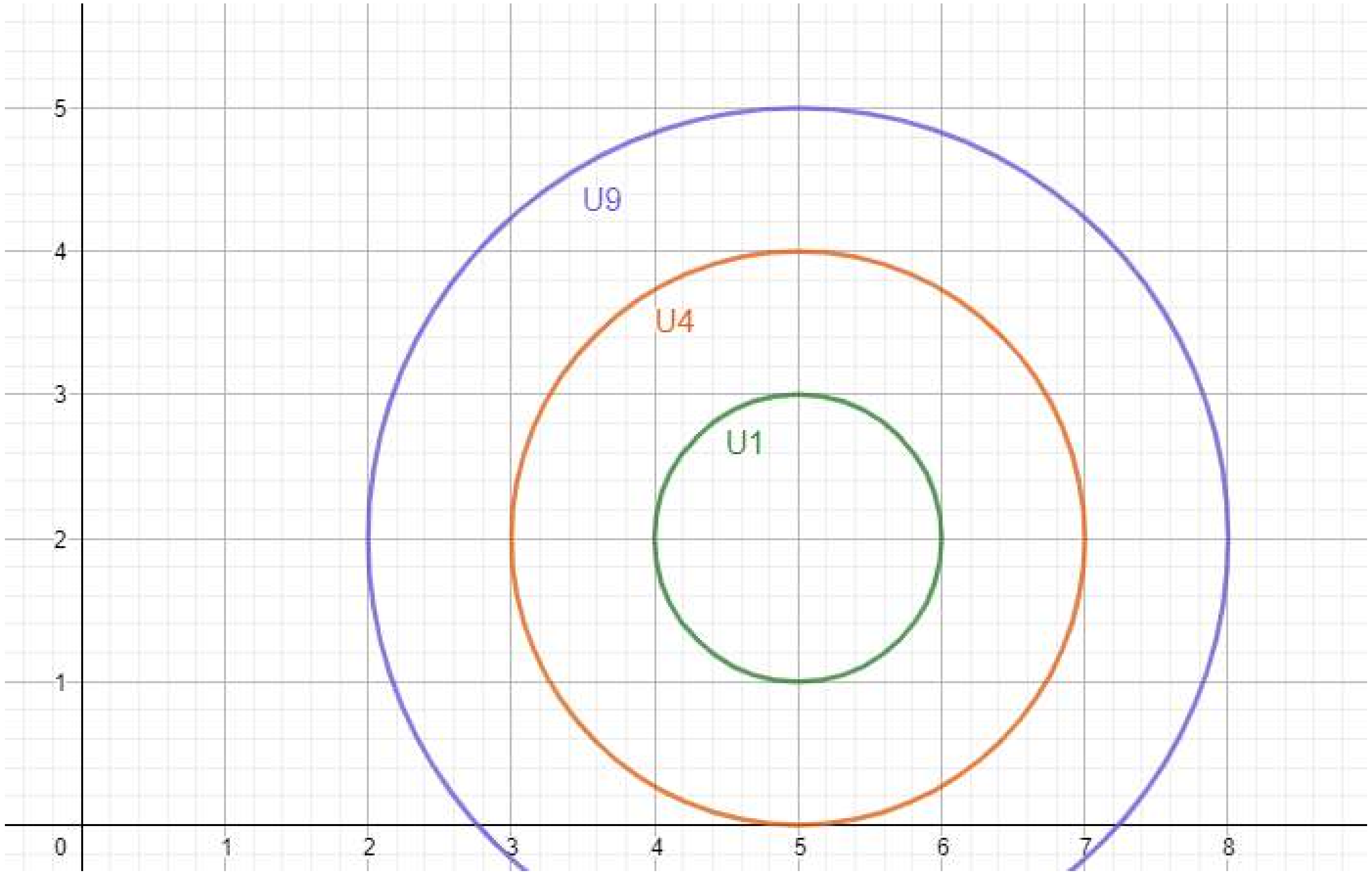
iii) $f(0,0) = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \sqrt{x^2 + y}$

Se cumplen las tres condiciones por lo tanto, la función es continua en el origen

EJERCICIO 2

Dada la función de utilidad: $U(x, y) = (x-5)^2 + (y-2)^2$

a) Graficar 3 curvas de indiferencia e indicar su significado. ¿La función dada es una función normal? (justificar la respuesta).



No verifican condiciones normales

b) Calcular el valor de la derivada direccional máxima en $P = (1{,}1)$

$$\nabla f(1;1) = \left(f_x'(1;1); f_y'(1;1)\right)$$

$$f_x'(x;y) = 2(x-5) \Rightarrow f_x'(1;1) = -8$$

$$f_y'(x;y\,) = 2(y-2) \Rightarrow f_y'(1;1\,) = -2$$

$$\nabla f(1;1) = (-8,-2)$$

$$D_{\vec{u}\,max}(1,1) = \|\nabla f(1;1)\| = \sqrt{(-8)^2 + (-2)^2 =} \sqrt{68}$$

EJERCICIO 3

Sea $z = f(x, y)$ con $\begin{cases} x = sen(3r + 4s) + ry \\ y = r^3 e^{4s} \end{cases}$

a) Calcular $\dfrac{\partial z}{\partial r}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial s}$

$$\boxed{\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r}}$$

$$\boxed{\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}}$$

$$\begin{cases} x = sen(3r + 4s) + ry \\ y = r^3 e^{4s} \end{cases} \rightarrow \quad x = sen(3r + 4s) + r\,(r^3 e^{4s})$$

$$\frac{\partial x}{\partial r} = 3\cos(3r + 4s) + 4r^3 e^{4s}$$

$$\frac{\partial x}{\partial s} = 4\cos(3r + 4s) + 4r^4 e^{4s}$$

$$\frac{\partial y}{\partial r} = 3r^2 e^{4s}$$

$$\frac{\partial y}{\partial s} = 4r^3 e^{4s}$$

$$\boxed{\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}[3\cos(3r + 4s) + 4r^3 e^{4s}] + \frac{\partial z}{\partial y}[3r^2 e^{4s}]}$$

$$\boxed{\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x}[4\cos(3r + 4s) + 4r^4 e^{4s}] + \frac{\partial z}{\partial y}[4r^3 e^{4s}]}$$

EJERCICIO 3

b) Calcular el $dz(r,s)$

$$\boxed{dz(r,s) = \frac{\partial z}{\partial r}\, dr + \frac{\partial z}{\partial s}\, ds}$$

$$\boxed{dz(r,s) = \left[\frac{\partial z}{\partial x}[3\cos(3r+4s) + 4r^3e^{4s}] + \frac{\partial z}{\partial y}[3r^2e^{4s}]\right] dr + \left[\frac{\partial z}{\partial x}[4\cos(3r+4s) + 4r^4e^{4s}] + \frac{\partial z}{\partial y}[4r^3e^{4s}]\right] ds}$$

EJERCICIO 4

Sea la función de producción $q(x_1, x_2) = 2. {x_1}^{\beta}. {x_2}^{1-\beta}$ siendo x_1, x_2: cantidades de insumos y q: cantidad de producto elaborado y $\beta > 0.$

a) Enunciar y verificar la relación entre las elasticidades parciales del producto respecto de los insumos y el grado de homogeneidad de la función.

$q(\lambda x_1, \lambda x_2) = 2. (\lambda x_1)^{\beta}. (\lambda x_2)^{1-\beta} = \lambda 2. {x_1}^{\beta}. {x_2}^{1-\beta}$ ***Homogénea de grado 1***

Entonces Verifica T. Euler:

$$x1\ q'_{x1} + x2\ q'_{x2} = n\ \ q(x_1, x_2) = 1\ q(x_1, x_2)$$

$$\frac{x1}{q(x_1, x_2)}\ q'_{x1} + \frac{x2}{q(x_1, x_2)}\ q'_{x2} = 1$$

$$\boldsymbol{\varepsilon(q/x1) + \varepsilon(q/x2) = 1}$$

La suma de las elasticidades parciales de producción es igual al grado de homogeneidad

a) Halle la ecuación de la trayectoria de expansión si $p_1 = 1$ y $p_2 = 2$

Trayectoria de expansión $\rightarrow$ $\frac{U´_{x_2}}{U´_{x_1}} = \frac{p_2}{p_1}$ $\rightarrow$ $\frac{(1-\beta)2.{x_1}^{\beta}.{x_2}^{-\beta}}{\beta 2.{x_1}^{\beta-1}.{x_2}^{1-\beta}} = \frac{2}{1}$ $\rightarrow$ $\frac{(1-\beta).x_1}{\beta x_2} = 2$

$$\boxed{\boldsymbol{x_2 = \frac{1-\beta}{2\beta} x_1}}$$

EJERCICIO 5

Dada la siguiente ecuación: $D_A^2\ p_A^2\ p_B - 10 = 0$ que se verifica en el punto: $(D_A, p_A, p_B) = (1,1,10)$

a) Indicar las condiciones suficientes que garanticen la existencia y unicidad de la función $D_A = f(p_A, p_B)$.

1. $\mathrm{F}(1,1,10) = 1^2 1^2 10 - 10 = 0$
2. $F'_{DA} = 2D_A\ \ p_A^2\ p_B\big|_{(1,1,10)} = 20$

   $F'_{pA} = 2D_A^2\ p_A\ p_B\big|_{(1,1,10)} = 20$

   $F'_{pB} = D_A^2\ p_A^2\ \big|_{(1,1,10)} = 1$
3. $F'_{DA} = 2D_A\ \ p_A^2\ p_B\big|_{(1,1,10)} = 20 \neq 0$

b) Hallar la elasticidad parcial con respecto al precio A en el punto indicado. Interpretar económicamente el resultado.

$$\boldsymbol{\varepsilon(D_A/p_A)} = \frac{\partial D_A}{\partial p_A}\frac{p_A}{D_A} = -\frac{F'_{pA}}{F'_{DA}}\frac{p_A}{D_A} = -\frac{20}{20}\frac{1}{1} = \boldsymbol{-1}$$

Elasticidad unitaria

RESOLUCIÓN

1º PARCIAL

TEMA B

EJERCICIO 1

Dada la función: $f(x,y)=\sqrt{3x+y^2}$

a) Calcular, si existen, las derivadas parciales $f'_x(0,0)$ y $f'_y(0,0)$.

b) ¿Es diferenciable la función en (0,0)? Justificar claramente la respuesta.

a) Se deben calcular ambas derivadas parciales por definición:

$$f'_x(0,0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(0+\Delta x,0)-f(0,0)}{\Delta x}$$

Por lo tanto:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\sqrt{3\Delta x}}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\Delta x}}=\infty \quad \Rightarrow \boldsymbol{el\ límite\ NO\ es\ finito\ por\ lo\ tanto\ NO\ existe\ la\ derivada\ parcial}$$

$$f'_y(0,0)=\lim_{\Delta y\to 0}\frac{f(0,0+\Delta y)-f(0,0)}{\Delta y}$$

Por lo tanto:

$$f'_y(0,0)=\lim_{\Delta y\to 0}\frac{\sqrt{\Delta y^2}}{\Delta y}=\lim_{\Delta y\to 0}\frac{|\Delta y|}{\Delta y}=\nexists \quad \Rightarrow \boldsymbol{NO\ existe\ el\ límite, por\ lo\ tanto\ NO\ existe\ la\ derivada\ parcial}$$

b) La función dada NO es diferenciable en el origen ya que no existen sus derivadas parciales en el origen. La existencia de ambas derivadas parciales es una condición necesaria para asegurar diferenciabilidad.

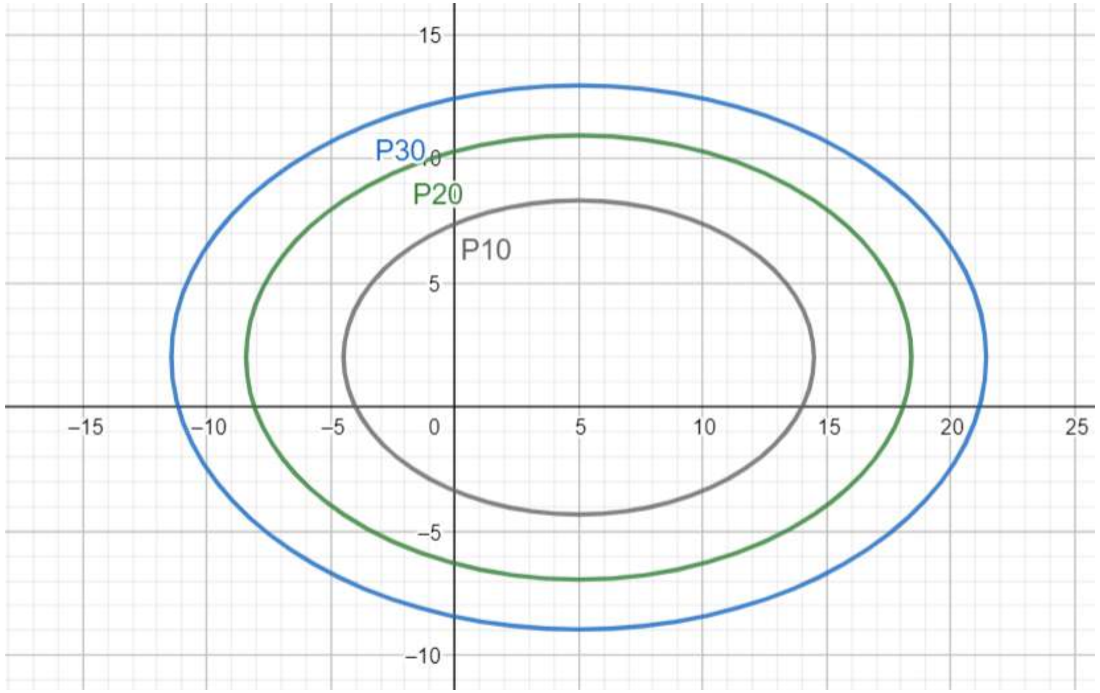
EJERCICIO 2

Dada la función de producción: $P(x,y) = \frac{(x-5)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{9}$

a) Graficar 3 isocuantas e indicar su significado. ¿La función dada es una función normal? (justificar la respuesta).

b) Calcular el valor de la derivada direccional máxima en $P = (1{,}1)$.

a) A continuación se grafican tres isocuantas: P=10, P=20 y P=30. Cada isocuanta muestra las posibles combinaciones de los insumos (x e y) que proporcionan igual producción.
La función de producción dada no es una función normal ya que las isocuantas NO son convexas al origen.



b) $\nabla f(1;1) = \left(f_x'(1;1); f_y'(1;1)\right)$

$$f_x'(x;y) = \frac{1}{2}(x-5) \Rightarrow f_x'(1;1) = -2$$

$$f_y'(x;y) = \frac{2}{9}(y-2) \Rightarrow f_y'(1;1) = -2/9$$

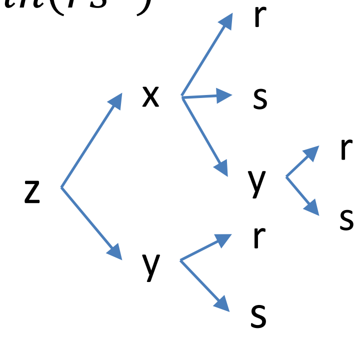
$$\nabla f(1;1) = (-2,-2/9)$$

$$D_{\vec{u}\,max}(1,1) = \|\nabla f(1;1)\| = \sqrt{(-2)^2 + (-2/9)^2} = \sqrt{4+4/81}$$

EJERCICIO 3

Sea $z = f(x,y)$ con $\begin{cases} x = r + 2sy - 4rs \\ y = ln(rs^3) \end{cases}$

a) Calcular $\frac{\partial z}{\partial r}$ y $\frac{\partial z}{\partial s}$



$$\boxed{\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r}}$$

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}(1-4s) + \frac{\partial z}{\partial x}(2s)\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{\partial z}{\partial y}\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$\boxed{\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}}$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x}(2y-4r) + \frac{\partial z}{\partial x}(2s)\left(\frac{3}{s}\right) + \frac{\partial z}{\partial y}\left(\frac{3}{s}\right)$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x}(2\ln(rs^3)-4r) + \frac{\partial z}{\partial x}(2s)\left(\frac{3}{s}\right) + \frac{\partial z}{\partial y}\left(\frac{3}{s}\right)$$

EJERCICIO 3 (continuación)

b) Calcular el $dz(r,s)$

$$\boxed{dz(r,s) = \frac{\partial z}{\partial r}\,dr + \frac{\partial z}{\partial s}\,ds}$$

$$dz(r,s) = \left[\frac{\partial z}{\partial x}(1-4s) + \frac{\partial z}{\partial x}(2s)\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{\partial z}{\partial y}\left(\frac{1}{r}\right)\right] dr + \left[\frac{\partial z}{\partial x}(2\ln(rs^3) - 4r) + \frac{\partial z}{\partial x}(2s)\left(\frac{3}{s}\right) + \frac{\partial z}{\partial y}\left(\frac{3}{s}\right)\right] ds$$

EJERCICIO 4

Sea la función de producción $q(x_1, x_2) = 2. {x_1}^{\beta}. {x_2}^{1-\beta}$ siendo x_1, x_2: cantidades de insumos y q: cantidad de producto elaborado y $\beta > 0$.

a) Probar que la $TST(x_2/x_1)$ es homogénea de grado 0.

$$TST(x_2/x_1) = \frac{2 * \beta * {x_1}^{\beta-1} * {x_2}^{1-\beta}}{2 * (1-\beta) * {x_1}^{\beta} * {x_2}^{-\beta}} = \frac{\beta * x_2}{(1-\beta) * x_1}$$

$$TST(t\,x_2/tx_1) = \frac{\beta * tx_2}{(1-\beta) * tx_1} = t^0 \frac{\beta * x_2}{(1-\beta) * x_1} \quad \Rightarrow La\ TST\ es\ una\ función\ homogénea\ de\ grado\ 0$$

b) ¿Las productividades marginales son siempre positivas?

$$q'_{x_1} = 2 * \beta * {x_1}^{\beta-1} * {x_2}^{1-\beta}$$

La productividad marginal con respecto al insumo 1 es siempre positiva ya que, por enunciado: $\beta > 0$

$$q'_{x_2} = 2 * (1-\beta) * {x_1}^{\beta} * {x_2}^{-\beta}$$

La productividad marginal con respecto al insumo 2 es positiva siempre y cuando: $0 < \beta < 1$

EJERCICIO 5

Dada la siguiente ecuación: $P^2\ K^3\ L - 25 = 0$ que se verifica en el punto: $(P, K, L) = (5{,}1{,}1)$

a) Indicar las condiciones suficientes que garanticen la existencia y unicidad de la función $P = f(K, L)$

Para garantizar la existencia y unicidad de la función $P = f(K, L)$ verifico la tres condiciones de Cauchy Dini:

i) $El\ punto\ dado$: $(5{,}1{,}1)$ verifica la ecuación $P^2\ K^3\ L - 25 = 0$

$$25 * 1 * 1 - 25 = 0$$

ii) Si $F(P, K, L) = P^2\ K^3\ L - 25$ se debe cumplir que: $F'_P;\ F'_K\ y\ F'_L\ existen\ y\ son\ continuas\ en\ el\ punto\ (5{,}1{,}1)$

$F'_P = 2PK^3L \qquad F'_K = 3P^2\ K^2L \qquad F'_L = P^2\ K^3$ las tres derivadas parciales existen y son continuas en el punto

$F'_P(5{,}1{,}1) = 10 \qquad F'_K(5{,}1{,}1) = 75 \qquad F'_L = 25$

iii) $F'_P(5{,}1{,}1) = 2 * 5 * 1 * 1 = 10\ \neq 0$

b) Hallar la elasticidad parcial con respecto al trabajo en el punto indicado. Interpretar económicamente el resultado.

$$\boldsymbol{\varepsilon(P/L)|_{(5,1,1)}} = \left.\boldsymbol{\frac{L}{P}\frac{\partial P}{\partial L}}\right|_{\mathbf{(5,1,1)}}$$

$$\left.\boldsymbol{\frac{\partial P}{\partial L}}\right|_{\mathbf{(5,1,1)}} = \left.\frac{-F'_L}{F'_P}\right|_{(5,1,1)} \Rightarrow \left.\boldsymbol{\frac{\partial P}{\partial L}}\right|_{\mathbf{(5,1,1)}} = -\frac{25}{10}$$

Por lo tanto: $\boldsymbol{\varepsilon(P/L)|_{(5,1,1)}} = \frac{1}{5}\left(-\frac{25}{10}\right) = -\frac{1}{2}\ \Rightarrow \eta = 1/2$

RESOLUCIÓN

1º PARCIAL

TEMA C

EJERCICIO 1

Dada la función: $f(x,y) = \sqrt{3x + y^2}$

a) Calcular, si existen, las derivadas parciales $f'_x(0,0)$ y $f'_y(0,0)$.

b) ¿Es diferenciable la función en (0,0)? Justificar claramente la respuesta.

a) Se deben calcular ambas derivadas parciales por definición:

$$f'_x(0,0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(0+\Delta x, 0) - f(0,0)}{\Delta x}$$

Por lo tanto:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{3\Delta x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\Delta x}} = \infty \quad \Rightarrow \boldsymbol{el\ límite\ NO\ es\ finito\ por\ lo\ tanto\ NO\ existe\ la\ derivada\ parcial}$$

$$f'_y(0,0) = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(0, 0+\Delta y) - f(0,0)}{\Delta y}$$

Por lo tanto:

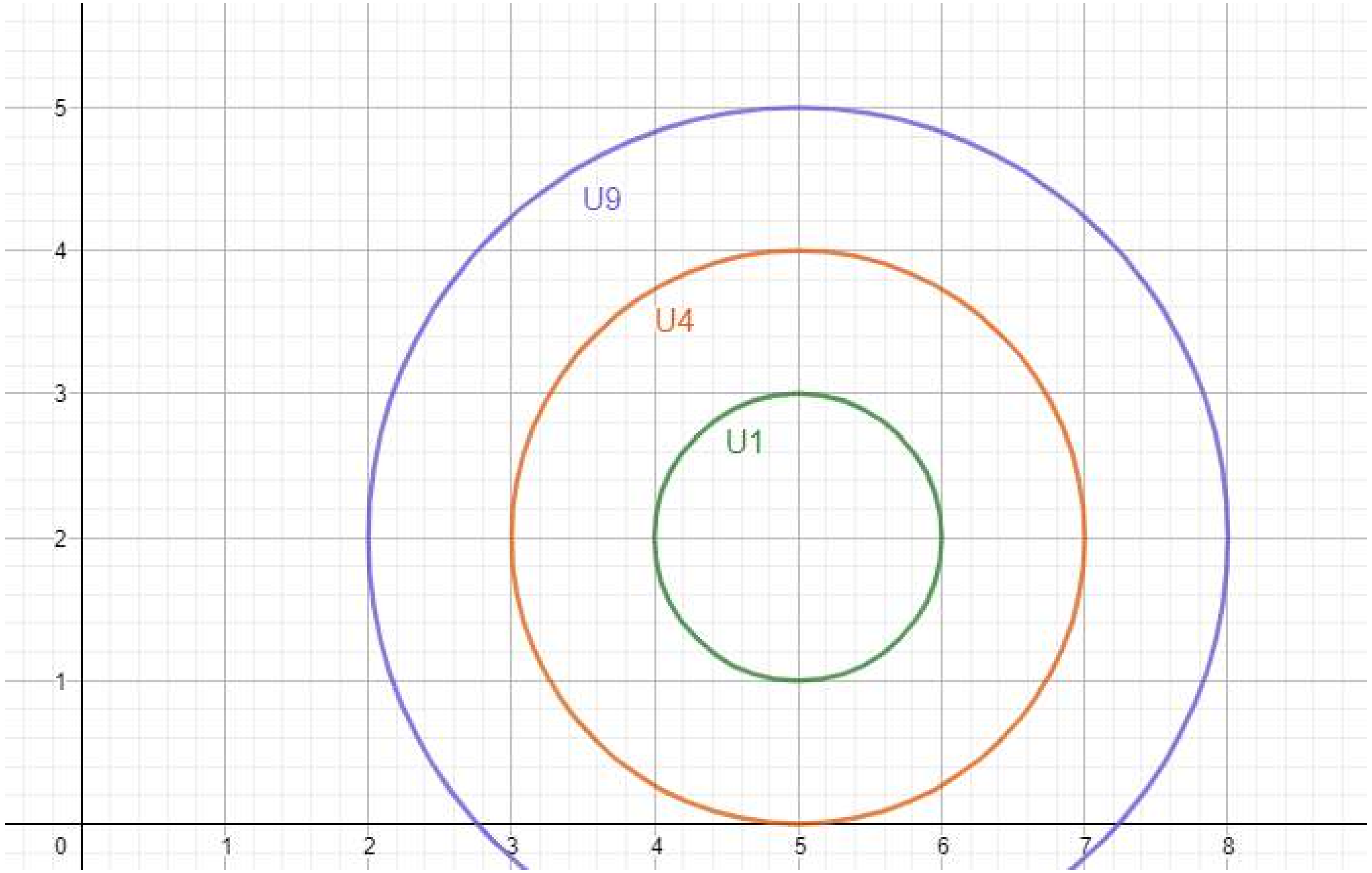
$$f'_y(0,0) = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{\sqrt{\Delta y^2}}{\Delta y} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{|\Delta y|}{\Delta y} = \nexists \quad \Rightarrow \boldsymbol{NO\ existe\ el\ límite, por\ lo\ tanto\ NO\ existe\ la\ derivada\ parcial}$$

b) La función dada NO es diferenciable en el origen ya que no existen sus derivadas parciales en el origen. La existencia de ambas derivadas parciales es una condición necesaria para asegurar diferenciabilidad.

EJERCICIO 2

Dada la función de utilidad: $U(x,y) = (x-5)^2 + (y-2)^2$

a) Graficar 3 curvas de indiferencia e indicar su significado. ¿La función dada es una función normal? (justificar la respuesta).



No verifican condiciones normales

b) Calcular el valor de la derivada direccional máxima en $P = (1{,}1)$

$$\nabla f(1;1) = \left(f'_x(1;1); f'_y(1;1)\right)$$
$$f'_x(x;y) = 2(x-5) \Rightarrow f'_x(1;1) = -8$$

$$f'_y(x;y\ ) = 2(y-2) \Rightarrow f'_y(1;1\ ) = -2$$

$$\nabla f(1;1) = (-8,-2)$$

$$D_{\vec{u}\,max}(1,1) = \|\nabla f(1;1)\| = \sqrt{(-8)^2 + (-2)^2 =} \sqrt{68}$$

EJERCICIO 3

Sea $z = f(x,y)$ con $\begin{cases} x = r + 2sy - 4rs \\ y = ln(rs^3) \end{cases}$

a) Calcular $\frac{\partial z}{\partial r}$ y $\frac{\partial z}{\partial s}$

$$\boxed{\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\boldsymbol{\frac{\partial x}{\partial r}} + \frac{\partial z}{\partial y}\boldsymbol{\frac{\partial y}{\partial r}}} \qquad \boxed{\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x}\boldsymbol{\frac{\partial x}{\partial s}} + \frac{\partial z}{\partial y}\boldsymbol{\frac{\partial y}{\partial s}}}$$

$$\begin{cases} x - r - 2sy + 4rs = 0 \\ y - ln(rs^3) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} dx - 2sdy + (-1 + 4s)dr + (-2y + 4s)ds = 0 \\ 0dx + dy + \left(-\frac{1}{r}\right)dr + \left(-\frac{3}{s}\right)ds = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} \\ \frac{\partial y}{\partial r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 4s \\ \frac{1}{r} \end{bmatrix} \qquad \boxed{\boldsymbol{j = 1}} \qquad \begin{bmatrix} 1 & -2s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} \\ \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2y - 4s \\ \frac{3}{s} \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{\partial x}{\partial r}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 - 4s & -2s \\ \frac{1}{r} & 1 \end{vmatrix}}{1} = \boldsymbol{(1 - 4s) + \frac{2s}{r}}} \qquad \boxed{\boldsymbol{\frac{\partial x}{\partial s}} = \frac{\begin{vmatrix} 2y - 4s & -2s \\ \frac{3}{s} & 1 \end{vmatrix}}{1} = \boldsymbol{(2y - 4s) + 6}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{\partial y}{\partial r}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 - 4s \\ 0 & \frac{1}{r} \end{vmatrix}}{1} = \boldsymbol{\frac{1}{r}}} \qquad \boxed{\boldsymbol{\frac{\partial y}{\partial s}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2y - 4s \\ 0 & \frac{3}{s} \end{vmatrix}}{1} = \boldsymbol{\frac{3}{s}}}$$

EJERCICIO 3 (continuación)

b) Calcular el $dz(r,s)$

$$\boxed{dz(r,s) = \frac{\partial z}{\partial r}\,dr + \frac{\partial z}{\partial s}\,ds}$$

$$\boxed{\boldsymbol{dz(r,s) = \left[\frac{\partial z}{\partial x}\left((1-4s)+\frac{2s}{r}\right) + \frac{\partial z}{\partial y}\left(\frac{1}{r}\right)\right] dr + \left[\frac{\partial z}{\partial x}\left((2y-4s)+6\right) + \frac{\partial z}{\partial y}\left(\frac{3}{s}\right)\right] ds}}$$

EJERCICIO 4

Sea la función de producción $q(x_1, x_2) = 2. {x_1}^{\beta}. {x_2}^{1-\beta}$ siendo x_1, x_2: cantidades de insumos y q: cantidad de producto elaborado y $\beta > 0$.

a) Enunciar y verificar la relación entre las elasticidades parciales del producto respecto de los insumos y el grado de homogeneidad de la función.

$$q(\lambda x_1, \lambda x_2) = 2. (\lambda x_1)^{\beta}. (\lambda x_2)^{1-\beta} = \lambda 2. {x_1}^{\beta}. {x_2}^{1-\beta}$$

Homogénea de grado 1

Entonces Verifica T. Euler:

$$x1\ q'_{x1} + x2\ q'_{x2} = n\ \ q(x_1, x_2) = 1\ q(x_1, x_2)$$

$$\frac{x1}{q(x_1, x_2)}\ q'_{x1} + \frac{x2}{q(x_1, x_2)} q'_{x2} = 1$$

$$\boldsymbol{\varepsilon(q/x1) + \varepsilon(q/x2) = 1}$$

La suma de las elasticidades parciales de producción es igual al grado de homogeneidad

a) Halle la ecuación de la trayectoria de expansión si $p_1 = 1$ y $p_2 = 2$

Trayectoria de expansión $\rightarrow$ $\frac{U'_{x_2}}{U'_{x_1}} = \frac{p_2}{p_1}$ $\rightarrow$ $\frac{(1-\beta)2.{x_1}^{\beta}.{x_2}^{-\beta}}{\beta 2.{x_1}^{\beta-1}.{x_2}^{1-\beta}} = \frac{2}{1}$ $\rightarrow$ $\frac{(1-\beta).x_1}{\beta x_2} = 2$

$$\boxed{\boldsymbol{x_2 = \frac{1-\beta}{2\beta} x_1}}$$

EJERCICIO 5

Dada la siguiente ecuación: $P^2\ K^3\ L - 25 = 0$ que se verifica en el punto: $(P, K, L) = (5,1,1)$

a) Indicar las condiciones suficientes que garanticen la existencia y unicidad de la función $P = f(K, L)$

Para garantizar la existencia y unicidad de la función $P = f(K, L)$ verifico la tres condiciones de Cauchy Dini:

i) $El\ punto\ dado$: $(5,1,1)$ verifica la ecuación $P^2\ K^3\ L - 25 = 0$

$$25 * 1 * 1 - 25 = 0$$

ii) Si $F(P, K, L) = P^2\ K^3\ L - 25$ se debe cumplir que: $F'_P;\ F'_K\ y\ F'_L\ existen\ y\ son\ continuas\ en\ el\ punto\ (5,1,1)$

$F'_P = 2PK^3L \qquad F'_K = 3P^2\ K^2L \qquad F'_L = P^2\ K^3$ las tres derivadas parciales existen y son continuas en el punto
$F'_P(5,1,1) = 10 \qquad F'_K(5,1,1) = 75 \qquad F'_L = 25$

iii) $F'_P(5,1,1) = 2 * 5 * 1 * 1 = 10\ \neq 0$

b) Hallar la elasticidad parcial con respecto al trabajo en el punto indicado. Interpretar económicamente el resultado.

$$\boldsymbol{\varepsilon(P/L)}|_{(\mathbf{5,1,1})} = \left.\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{P}}\frac{\boldsymbol{\partial P}}{\boldsymbol{\partial L}}\right|_{(\mathbf{5,1,1})}$$

$$\left.\frac{\boldsymbol{\partial P}}{\boldsymbol{\partial L}}\right|_{(\mathbf{5,1,1})} = \left.\frac{-F'_L}{F'_P}\right|_{(5,1,1)} \Rightarrow \left.\frac{\boldsymbol{\partial P}}{\boldsymbol{\partial L}}\right|_{(\mathbf{5,1,1})} = -\frac{25}{10}$$

Por lo tanto: $\boldsymbol{\varepsilon(P/L)}|_{(\mathbf{5,1,1})} = \frac{1}{5}\left(-\frac{25}{10}\right) = -\frac{1}{2}\ \Rightarrow \eta = 1/2$