UNIVERSIDAD NACIONAL DE LUJÁN- Dto. de Ciencias Básicas – División Matemática

ELEMENTOS DE MATEMÁTICA (10300)

-Segundo Parcial- 18/06/2016

Apellido y nombre……………………………………………………Legajo………………
Comisión Nº………Horario ………………..Docentes .... TEMA 1

- **Se deberá escribir con tinta. Sólo lo así escrito será tenido en cuenta al corregir la evaluación.**
- Dejar la resolución y los cálculos auxiliares en LAS HOJAS ENTREGADAS.
- La comprensión de los enunciados forma parte de la prueba. No se aceptarán preguntas ni aclaraciones de ningún tipo.

---

1. Resolver la siguiente ecuación en R.

$$\frac{6}{x-1} - 2x = \frac{2+4x}{x-1}$$

2. Resolver la siguiente ecuación en R. Indicar el procedimiento seguido

$$1 - x = 2\sqrt{x} - 2$$

3.

a) Mostrar que $(x-4)$ es factor del polinomio $x^3 - 6x^2 + 5x + 12$

b) Utilizando el ítem a), expresar el polinomio $x^3 - 6x^2 + 5x + 12$ como producto de factores de primer grado, si fuera posible.

4. Resolver la siguiente inecuación en R. Indicar el conjunto solución con notación para intervalos.

$$1 < |2x - 1| < 5$$

5. Dada la función $f(x) = a^x$ con $a > 0$

a) Hallar el valor de a tal que $f(1) = \frac{1}{2}$.Para el valor de a hallado, esbozar el gráfico de f.

b) En el mismo sistema de ejes cartesianos graficar también la función $g(x) = \frac{1}{2}$ y determinar (gráficamente) el conjunto solución de la desigualdad $f(x) \leq g(x)$. (Indicar el conjunto solución con notación para intervalos).

6. Resolver la siguiente inecuación. Indicar el conjunto solución con notación para intervalos.

$$-\ln(x) > 6 + \ln(x)$$

7. Ordenar los números $\frac{\sqrt{5}}{3}$ y $\frac{5}{\sqrt{10}}$ sin usar calculadora, y justificando adecuadamente.

TEMA 1

RESOLUCIÓN

1. Resolver la siguiente ecuación en R.

$$\frac{6}{x-1} - 2x = \frac{2+4x}{x-1}$$

Resolución Dominio: $x \neq 1$

$$\frac{6}{x-1} - 2x = \frac{2+4x}{x-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{x-1} - \frac{2+4x}{x-1} = 2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{6-(2+4x)}{x-1} = 2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{6-2-4x}{x-1} = 2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{4-4x}{x-1} = 2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4-4x = 2x(x-1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4-4x = 2x^2 - 2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0 = 2x^2 - 2x + 4x - 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0 = 2x^2 + 2x - 4$$

No pertenece al dominio entonces no es solución. $\boxed{x = 1}$

$\boxed{x = -2}$ Pertenece al dominio, entonces es solución.

S={-2}

■

2. Resolver la siguiente ecuación en R. Indicar el procedimiento seguido

$$1 - x = 2\sqrt{x} - 2$$

Resolución

Por verificación

$$1 - x = 2\sqrt{x} - 2;$$
$$1 - x + 2 = 2\sqrt{x};$$
$$3 - x = 2\sqrt{x};$$
$$(3 - x)^2 = \left(2\sqrt{x}\right)^2;$$
$$9 - 6x + x^2 = 4x;$$
$$x^2 - 6x - 4x + 9 = 0$$
$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$\boxed{x = 1} \qquad \boxed{x = 9}$$

Se deben verificar los valores hallados.

- Si $x = 1$

$$1 - 1 = 2\sqrt{1} - 2$$
$$0 = 2.1 - 2$$
$$0 = 0$$

$x = 1$, verifica la ecuación

- Si $x = 9$

$$1 - 9 = 2\sqrt{9} - 2$$
$$-8 = 2.3 - 2$$
$$-8 = 4 \quad , \quad FALSO$$

$x = 9$, NO verifica la ecuación

$$S = \{1\}$$

■

3.

a) Mostrar que $(x-4)$ es factor del polinomio $x^3-6x^2+5x+12$

b) Utilizando el ítem a), expresar el polinomio $x^3-6x^2+5x+12$ como producto de factores de primer grado, si fuera posible.

Resolución

a) *Primera forma*: usando el TEOREMA 4.4.IV $(x-4)$ es factor del polinomio $P(x)=x^3-6x^2+5x+12$ cuando y sólo cuando $P(4)=0$.

$P(4)=4^3-6.4^2+5.4+12=0$, por lo tanto $(x-4)$ es factor del polinomio $P(x)$.

Segunda forma: Dividiendo el polinomio $P(x)=x^3-6x^2+5x+12$ por $(x-4)$ y verificar que el resto es R=0

b) Dividiendo $x^3-6x^2+5x+12$ por $(x-4)$ se obtiene que

$$x^3-6x^2+5x+12=(x-4)(x^2-2x-3)$$

Las raíces del factor (x^2-2x-3) son $x=-1$ y $x=3$, por lo tanto la descomposición en factores de primer grado es:

$$x^3-6x^2+5x+12=(x-4)(x+1)(x-3)$$

■

4. Resolver la siguiente inecuación en R. Indicar el conjunto solución con notación para intervalos.

$$1 < |2x - 1| < 5$$

Resolución

$$1 < |2x-1| < 5$$

$1 < |2x-1|$ y $|2x-1| < 5$

$|2x-1| > 1$

$2x-1>1$		$2x-1<-1$	$|2x-1|<5$
$2x>1+1$	o	$2x<-1+1$	$-5<2x-1<5$
$2x>2$		$2x<0$	$-5+1<2x<5+1$
$x>1$		$x<0$	$-4<2x<6$
			$-2<x<3$

Solución: $(-2,0) \cup (1,3)$

■

5. Dada la función $f(x) = a^x$ con $a > 0$

a) Hallar el valor de a tal que $f(1) = \frac{1}{2}$.Para el valor de a hallado, esbozar el gráfico de f.

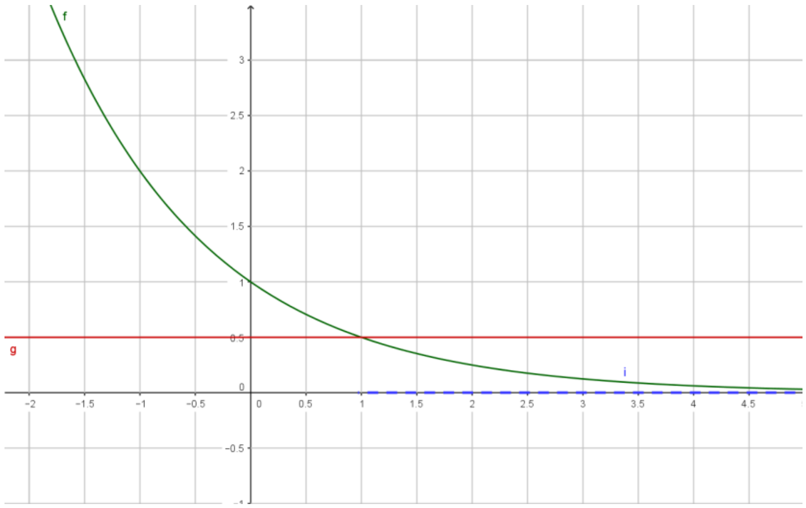
b) En el mismo sistema de ejes cartesianos graficar también la función $g(x) = \frac{1}{2}$ y determinar (gráficamente) el conjunto solución de la desigualdad $f(x) \leq g(x)$. (Indicar el conjunto solución con notación para intervalos).

Resolución

Como $f(1) = \frac{1}{2}$,

$$\frac{1}{2} = a^1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

Gráfico



$$f(x) \leq g(x), \;\; x \in [1, +\infty)$$

■

6. Resolver la siguiente inecuación. Indicar el conjunto solución con notación para intervalos.

$$-\ln(x) > 6 + \ln(x)$$

Resolución

Dominio: $x > 0$

$$-\ln(x) > 6 + \ln(x)$$
$$-\ln(x) - \ln(x) > 6$$
$$-2\ln(x) > 6$$
$$\ln(x) < -3$$
$$x < e^{-3}$$

Solución: $(0, e^{-3})$

■

7. Ordenar los números $\frac{\sqrt{5}}{3}$ y $\frac{5}{\sqrt{10}}$ sin usar calculadora, y justificando adecuadamente.

Resolución

Supongamos que

$$\frac{\sqrt{5}}{3} > \frac{5}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \sqrt{5}.\sqrt{10} > 3.5 \Leftrightarrow \sqrt{5.10} > 15 \Leftrightarrow \sqrt{50} > 15 \Leftrightarrow \left(\sqrt{50}\right)^2 > 15^2 \Leftrightarrow 50 > 225 \ (FALSO)$$

Entonces $\frac{\sqrt{5}}{3} < \frac{5}{\sqrt{10}}$

■