Primer Parcial – Tema 1

1. Dado el siguiente sistema lineal

$$\begin{aligned} -x - y + z &= -2 \\ y - z &= 0 \\ x + 2y - 2z &= 2 \end{aligned}$$

a) Resolverlo

b) Decidir si (-2,3,3) es solución del sistema. *Justificar*

a) El sistema no se puede resolver por Cramer porque el det A = 0, se puede resolver por Gauss, pero tambien de la segunda ecuacion, y = z y luego reemplazar.

La solucion es (2, z, z) o tambien (2, y, y).

b) (-2, 3, 3) no es solucion porque no verifica las ecuaciones del sistema.

Primer Parcial – Tema 1

2. Sean

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcular $(B.A)^T$

b) Hallar, si es posible, la matriz inversa de A.

a) Primero se calcula BA = (0 1) y luego $(B.A)^T = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) La matriz inversa de A se puede calcular por Gauss-Jordan o por Adjunto, debe verificar que $A.A^{-1} = I$

$$\begin{pmatrix} ½ & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Primer Parcial – Tema 1

3. Calcular todos los valores de k para que la siguiente matriz no sea inversible. *Justificar.*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ k & -1 & 0 \\ 0 & 1 & k \end{pmatrix}$$

Para que la matriz A no sea inversible (no tenga inversa) el determinante debe ser igual a cero.

Se calcula el determinante de A y se iguala a cero, queda para resolver la siguiente ecuacion: $k^2 + k = 0$, luego las soluciones son: $k = 0$ y $k = -1$.

Primer Parcial – Tema 1

4. a) Hallar analíticamente los puntos de intersección entre la circunferencia de centro = (0, -1) y radio 2 y la recta cuya pendiente es m = -1 y pasa por P = (0, 1).

b) Representar gráficamente

a) La expresion general de una circunferencia es $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = a^2$

Donde (x_0, y_0) son las coordenadas del centro y a es el radio.

Teniendo en cuenta los datos que nos dan, la ecuacion de la circunferencia es:

1) $x^2+(y+1)^2 = 4$.

La ecuacion general de la recta, dados un punto y la pendiente es $y-y_0 = m(x-x_0)$, luego

reemplazando los datos nos queda:

2) $y - 1 = -x \rightarrow y = -x + 1$, para resolver hay varias alternativas, una es reemplazar en

1) el valor de y obtenido en 2):

$X^2 + (-x+1+1)^2 = 4 \rightarrow x^2 + (-x+2)^2 = 4 \rightarrow x^2 + x^2 -4x +4 = 4 \rightarrow 2x^2- 4x=0$

Las soluciones de esta ecuacion $x_1=0$ y $x_2 = 2$, con estos valores de x, se obtienen los

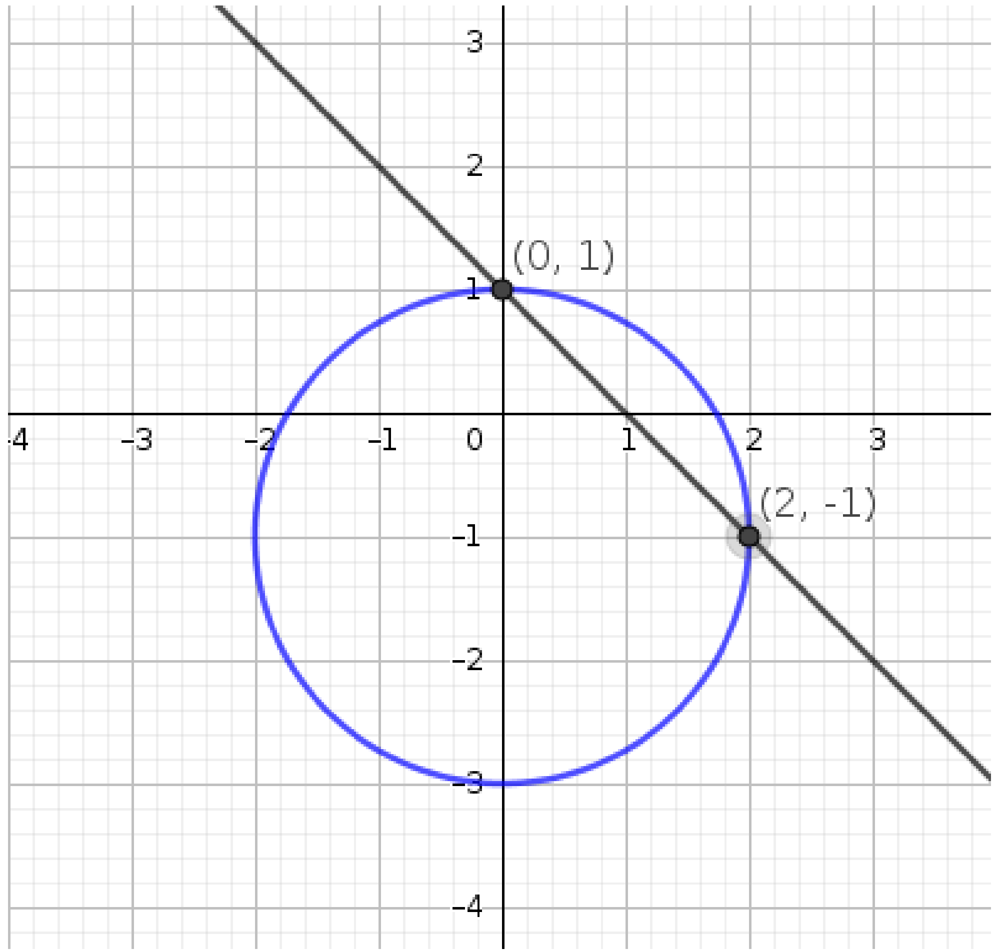
siguientes valores de y, $y_1=1$, $y_2=-1$.

Finalmente, las soluciones (intersecciones) son (0, 1), (2, -1)

Primer Parcial – Tema 1

4. a) Hallar analíticamente los puntos de intersección entre la circunferencia de centro = (0, -1) y radio 2 y la recta cuya pendiente es m = -1 y pasa por P = (0, 1).

b) Representar gráficamente



Primer Parcial – Tema 1

5. Sean P = (-1, 2, 3) y Q = (1, 0, 1).
a) Decidir si los vectores P - Q y 5Q son ortogonales.
b) Encontrar un vector que sea perpendicular a los vectores P y Q.

a) Dos vectores son ortogonales si el producto escalar es igual a 0.

Luego calculo: (P – Q) = (-1, 2, 3) – (1, 0, 1) = (-2, 2, 2) y 5Q = 5(1, 0, 1) = (5, 0, 5)

Ahora calculo (P-Q).5Q = (-2, 2, 2).(5, 0, 5) = -10 + 10 = 0, entonces los vectores son ortogonales.

b) Piden un vector perpendicular a otros dos, si hago el producto vectorial de P y Q, el resultado es perpendicular tanto a P como a Q, luego (2, 4, -2) es el vector pedido.

Si quiero verificar:

(-1, 2, 3).(2, 4, -2) = -2 + 8 - 6 = 0 Verifica

(1, 0, 1).(2, 4, -2) = 2 - 2 = 0 Verifica

Primer Parcial – Tema 1

6. Investigar si los puntos $P=(2,-3)$, $Q=(-1,0)$ y $R=(0,-3)$están alineados.

Aca hay varias alternativas para realizarlo:

1) Plantear una recta que pase por dos puntos y chequear si el tercer punto verifica la ecuación.

2) Se podrían plantear los vectores PQ y PR y ver si son paralelos (si no lo son, quiere decir que no estan alineados los puntos).

3) Graficar los puntos y ver si estan alineados (es válida porque no se indica como hacer la investigación).

Primer Parcial – Tema 1

7. Usando propiedades de determinantes demostrar que:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a & a \\ b & c & d \end{vmatrix} = 0 \text{ cualesquiera sean } a,b,c,d \in \mathbb{R}.$$

Lo primero que tenemos que tener en cuenta es que a, b, c, d pueden ser cualquier número real y que me piden usar propiedades de determinante.

Luego si aplico la propiedad que puedo dividir una fila por un número y sacarlo como factor común (a), la primer fila y la segunda fila son iguales, y hay una propiedad que dice que si dos filas (columnas) son iguales el determinante es igual a cero.