UBA
Universidad de Buenos Aires

UBAXXI

Matemática

Clave de corrección recuperatorio primer parcial

25/06/2019

Ejercicio 1 (2 puntos)
Hallar los conjuntos de positividad, negatividad y ceros del polinomio

$$\boldsymbol{P(x) = (x^2+2)(x^2-4)}$$

Primero vamos a hallar los ceros del polinomio.

Cualquier sea el valor de $x \in \mathbb{R}$ tenemos que $\boldsymbol{x^2+2>0}$.

Entonces,

$$P(x)=0 \quad \leftrightarrow \quad x^2-4=0 \quad \leftrightarrow \quad x^2=4 \quad \leftrightarrow \quad |x|=\sqrt{4} \quad \leftrightarrow \quad |x|=2$$

$$x=2 \ , o \ bien, \quad x=-2$$

$$C^0 = \{-2;2\}$$

El dominio del polinomio es el conjunto de todos los números reales.

Para hallar los conjuntos de positividad y negatividad analizamos el signo del polinomio en los intervalos $(-\infty;-2), (-2;2)$ y $(2;+\infty)$:

- en el intervalo $(-\infty;-2)$ el signo del polinomio es positivo ya que $P(-3)>0$.
- en el intervalo $(-2;2)$ el signo del polinomio es negativo ya que $P(0)<0$.
- en el intervalo $(2;+\infty)$ el signo del polinomio es positivo ya que $P(4)>0$.

Luego:

$$C^+ = (-\infty;-2) \cup (2;+\infty) \qquad\qquad C^- = (-2;2)$$

Ejercicio 2 (3 puntos)
Dada la función

$$f(x) = \frac{5}{2x+1} - 3$$

Hallar el dominio de la función f.
Hallar la inversa de f y su dominio.

El dominio de la función son todos aquellos valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales

$$2x + 1 \neq 0 \quad \rightarrow \quad x \neq -\frac{1}{2}$$

Entonces, $Dom(f) = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Hallamos la inversa de la función f:

$$y = \frac{5}{2x+1} - 3$$

$$y + 3 = \frac{5}{2x+1}$$

$$(y+3) \cdot (2x+1) = 5$$

$$2xy + y + 6x + 3 = 5$$

$$2xy + 6x = 5 - 3 - y$$

$$x(2y+6) = 2 - y$$

$$x = \frac{2-y}{2y+6}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{2-x}{2x+6}$$

El dominio de la función inversa son todos aquellos valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales

$$2x + 6 \neq 0 \quad \rightarrow \quad x \neq -3$$

Entonces, $Dom(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{-3\}$.

Ejercicio 3 (2 puntos)

Dada las funciones

$$f(x) = 2x - 1 \quad ; g(x) = x^2 - 3x - 6$$

Calcular el o los valores de $x \in \mathbb{R}$ para que se verifique $g \circ f(x) = 4$.

Primero hallamos la expresión de la función $g \circ f$:

$$g \circ f(x) = g\big(f(x)\big) = (2x-1)^2 - 3(2x-1) - 6 = (4x^2 - 4x + 1) - 6x + 3 - 6$$

$$g \circ f(x) = 4x^2 - 10x - 2$$

Para hallar el o los valores de $x \in \mathbb{R}$ para que se verifique $g \circ f(x) = 4$ planteamos

$$4x^2 - 10x - 2 = 4$$

$$4x^2 - 10x - 6 = 0$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot (2) \cdot (-3)}}{2 \cdot (2)} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = 3 \quad ; \quad x_2 = -\frac{1}{2}$$

Los valores buscados son $x_1 = 3$ y $x_2 = -\frac{1}{2}$

Ejercicio 4 (3 puntos)

Expresar como intervalo o unión de intervalos el conjunto

$$A = \{x \in \mathbb{R} \, : (2x+4)(x-3) < 0\}$$

Graficar en la recta numérica.

Para que $(2x+4)(x-3) < 0$ debe ocurrir que:

- $(2x+4) > 0 \quad y \quad (x-3) < 0$

  $2x+4 > 0 \quad \leftrightarrow \quad x > -2 \quad \leftrightarrow \quad x \in (-2; +\infty)$

  $x - 3 < 0 \quad \leftrightarrow \quad x < 3 \quad \leftrightarrow \quad x \in (-\infty; 3)$

  luego

  $x \in (-2; +\infty) \cap (-\infty; 3) \quad \rightarrow \quad x \in (-2; 3)$

- $(2x+4) < 0 \quad y \quad (x-3) > 0$

  $2x+4 < 0 \quad \leftrightarrow \quad x < -2 \quad \leftrightarrow \quad x \in (-\infty; -2)$

  $x - 3 > 0 \quad \leftrightarrow \quad x > 3 \quad \leftrightarrow \quad x \in (3; +\infty)$

  luego

  $x \in (-\infty; -2) \cap (3; +\infty) = \emptyset$

Entonces,

$A = (-2; 3)$