APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	DOCENTE (nombre y apellido):
TEL:	
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 40'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Hallar el C^+ de la función $f(x) = (4-x).(x-2)^2$

En principio debemos recordar qué se entiende por conjunto de positividad de una función. En virtud de ello, les sugerimos releer el material de estudio "Funciones" que se encuentra disponible en el Campus Virtual dentro de la sesión 3.

Luego, para determinar el conjunto de positividad pedido planteamos la siguiente inecuación:

$$\boldsymbol{(4-x).(x-2)^2 > 0}$$

Considerando que un producto es positivo cuando ambos factores son del mismo signo, y que $(\boldsymbol{x-2})^{\boldsymbol{2}}$ siempre es mayor que cero (positivo) cuando "x" es distinto de 2, resulta necesariamente:

$$\boldsymbol{(4-x) > 0}$$

$$\boldsymbol{-x > -4}$$

$$\boldsymbol{x < 4}$$

Notemos que, en el último paso, se invierte el signo de la desigualdad debido a que en ambos lados de la inecuación dividimos por -1.

Para más información sobre cómo hallar el conjunto solución de una inecuación, les recomendamos revisar el apunte teórico "Ecuaciones e inecuaciones" que se encuentra disponible en el Campus Virtual como material de estudio de la sesión 2.

Finalmente, de la mirada conjunta de las condiciones $x \neq 2 \ y \ x < 4$ resulta:

$$C^+: (-\infty; 2) \cup (2;\ 4)$$

2. Dadas las funciones f y g tales que $f(x) = -\frac{3x-10}{8}$; $g(x) = -\frac{9}{x} + 5$, hallar: $h = f \circ g$.

Debemos hallar la expresión analítica de la función $h = f \circ g$ ($se\ lee$ "f compuesta con g").

Pueden consultar varios ejemplos acerca de cómo obtener composiciones de funciones y bajo qué condiciones se pueden efectuar dichas composiciones en el material de estudio “Composición de funciones” que se encuentra en el Campus Virtual, dentro de la sesión 5.

Luego, en este caso particular, resulta:

$$h(x) = f\big(g(x)\big) = -\frac{3.\left(-\frac{9}{x} + 5\right) - 10}{8}$$

La función h puede reescribirse de la siguiente manera:

$$h(x) = -\frac{-\frac{27}{x} + 5}{8}$$

$$h(x) = \frac{27}{8x} - \frac{5}{8}$$

$$h(x) = \frac{27 - 5x}{8x}$$

3. Hallar los puntos de intersección de las funciones: $\boldsymbol{f(x) = -(x-2)^2 + 6}$ y $\boldsymbol{g(x) = x^2 - 6x + 10}$

Para hallar los puntos de intersección de las funciones dadas debemos igualar en principio las expresiones que las definen y resolver la ecuación de segundo grado resultante (pueden consultar el apunte teórico “Ecuaciones e inecuaciones” correspondiente a la sesión 2 del aula virtual para conocer en detalle cómo resolver este tipo de ecuaciones):

$$-(x-2)^2 + 6 = x^2 - 6x + 10$$
$$-(x^2 - 4x + 4) + 6 = x^2 - 6x + 10$$
$$-x^2 + 4x - 4 + 6 = x^2 - 6x + 10$$
$$-2x^2 + 10x - 8 = 0$$
$$x_1 = 1 \; ; \; x_2 = 4$$

Notemos que hasta el momento únicamente hemos determinado las abscisas de los puntos de intersección. Para hallar las ordenadas correspondientes, efectuamos la siguiente sustitución:

$$f(1) = 1^2 - 6.1 + 10 = 5$$
$$f(4) = 4^2 - 6.4 + 10 = 2$$

Luego, los puntos de intersección buscados son: P_1 =(1; 5) y P_2 =(4; 2)

4. Sabiendo que $x = 1$ es una de las raíces del polinomio $P(x) = x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x$, hallar las raíces restantes.

Para abordar ejercicios de este tipo resulta indispensable tener presente ciertas propiedades de los polinomios, sus operaciones y su factorización. Por ello les sugerimos revisar previamente el anexo teórico “Polinomios” que se encuentra disponible en el Campus Virtual como material de estudio de la sesión 4.

En el caso particular del ejercicio que se nos presenta, lo más conveniente para comenzar el proceso de factorización de $P(x)$ es extraer en primer lugar factor común “x”, de la siguiente manera:

$$P(x) = x.(x^3 - 2x^2 - 5x + 6)$$

Por otra parte, si nos dicen que x = 1 es raíz del polinomio entonces podemos concluir que $P(x)$ es divisible por “$x - 1$”. Luego, aplicando la Regla de Ruffini, resulta:

	1	-2	-5	6
1	↓	1	-1	-6
	1	-1	-6	0

Por lo tanto, el polinomio $P(x)$ queda expresado de manera equivalente como: $P(x) = x.(x-1).(x^2 - x - 6)$

Si hallamos las raíces de la expresión cuadrática que corresponde al tercer factor utilizando la fórmula resolvente obtenemos: $x_1 = 3 \;\; y \; x_2 = -2$.

Finalmente: $P(x) = x.(x-1).(x-3).(x+2)$ por lo que sus raíces son: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 3$ y $x_4 = -2$