MATEMÁTICA

CLAVE DE CORRECCIÓN

CUARTO TURNO – TEMA 2

26/09/2018

Ejercicio 1 (2 puntos)

Dado el polinomio

$$P(x) = ax^3 + 12x^2 + 18ax + (54 - b)$$

Hallar los valores de las constantes $a, b \in \mathbb{R}$ si se sabe que $x = 2$ es raíz del polinomio y su término independiente es igual a 52.

Resolución:

Si $x = 2$ es raíz del polinomio, se verifica que $P(2) = 0$.

Entonces,

$$a \cdot (2)^3 + 12 \cdot (2)^2 + 18a \cdot (2) + (54 - b) = 0$$

$$8a + 48 + 36a + (54 - b) = 0$$

$$44a + 102 - b = 0 \qquad (\boldsymbol{I})$$

El término independiente del polinomio es igual a 52.

Entonces,

$$(54 - b) = 52 \quad \Rightarrow \quad b = 2$$

Volviendo a la ecuación $(\boldsymbol{I})$, y reemplazando el valor hallado de la constante b

$$44a + 102 - 2 = 0$$

$$44a + 100 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = -\frac{100}{44} = -\frac{25}{11}$$

Los valores de las constantes son: $a = -\frac{25}{11}$; $b = 2$

Ejercicio 2 (3 puntos)

Dados los conjuntos

$$C = \{x \in \mathbb{R} : (x+2)^2 - 5 \leq 20\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} :\ 6 - 5x \leq -2x + 3\}$$

Expresar como intervalo o unión de intervalos al conjunto $C \cap D$.

Graficar en la recta real el conjunto $C \cap D$.

Resolución:

Primero vamos a expresar al conjunto C en forma de intervalo o unión de intervalos.

Sea $x \in C$.

Entonces:

$$(x+2)^2 - 5 \leq 20$$

$$(x+2)^2 \leq 25$$

$$|x+2| \leq 5$$

$$-5 \leq x + 2 \leq 5$$

$$-7 \leq x \leq 3 \quad \Rightarrow \quad x \in [-7; 3]$$

y por lo tanto

$$\boldsymbol{C = [-7; 3]}$$

Ahora vamos a expresar al conjunto D en forma de intervalo o unión de intervalos.

Sea $x \in D$.

Entonces,

$$6 - 5x \leq -2x + 3$$

$$-3x \leq -3$$

$$x \geq 1 \quad \Rightarrow \quad x \in [1; +\infty)$$

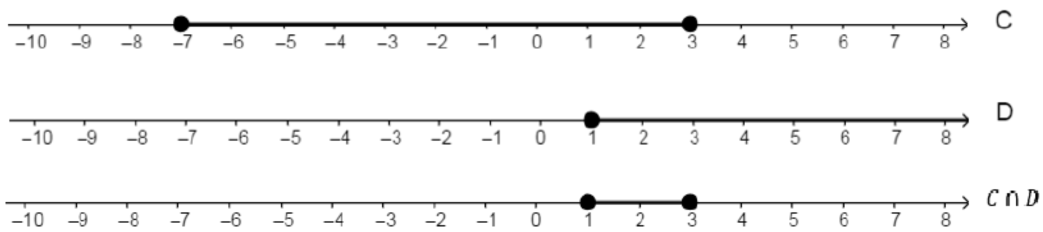
y por lo tanto

$$\boldsymbol{D = [1; +\infty)}$$

Finalmente

$C \cap D = [-7;3] \cap [1;+\infty)$

$C \cap D = [1;3]$



Ejercicio 3 (2 puntos)

Hallar todos los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales

$$h \circ f(x) = h\big(f(x)\big) = 4$$

siendo

$$h(x) = 7x - 3$$

$$f(x) = |2 + x|$$

Resolución:

Primero vamos a encontrar la expresión de la función $h \circ f$:

$$h \circ f(x) = h\big(f(x)\big) = h(|2+x|) = 7|2+x| - 3$$

Para hallar todos los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales $h \circ f(x) = h\big(f(x)\big) = 4$ planteamos

$$7 \cdot |2+x| - 3 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad 7 \cdot |2+x| = 7 \quad \Leftrightarrow \quad |2+x| = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 2 + x = 1 \quad \text{ó} \quad 2 + x = -1$$

$$2 + x = 1 \quad \Leftrightarrow \quad x = -1$$

$$2 + x = -1 \quad \Leftrightarrow \quad x = -3$$

Luego, los valores buscados son $x = -1$ y $x = -3$

Ejercicio 4 (3 puntos)
Dada la función

$$g(x) = \frac{3 - bx}{2 - x}$$

hallar el valor de la constante $b \neq 0, b \in \mathbb{R}$ para que el dominio de la función inversa g^{-1} sea igual al conjunto $\mathbb{R} - \{4\}$

Resolución:

Primero vamos a encontrar la expresión de la función inversa g^{-1}:

$$y = \frac{3 - bx}{2 - x}$$

$$y(2 - x) = 3 - bx$$

$$2y - xy = 3 - bx$$

$$-xy + bx = 3 - 2y$$

$$x(-y + b) = 3 - 2y$$

$$x = \frac{3 - 2y}{-y + b}$$

Haciendo un cambio en el nombre de la variable

$$g^{-1}(x) = \frac{3 - 2x}{-x + b}$$

Se quiere que la función inversa esté definida en todo el conjunto de los números reales salvo en $x = 4$.

Cuando $x = 4$ el numerador de la función inversa no se anula.

Para que la función no este definida en $x = 4$ el denominador se debe anular al evaluarlo en dicho valor.

Entonces, para hallar el valor de la constante $b \neq 0, b \in \mathbb{R}$ pedimos que

$$-4 + b = 0 \quad \Rightarrow \quad b = 4$$

El valor de la constante es $b = 4$