29/09/2023

TEMA 15

APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	DOCENTE (nombre y apellido):
TEL:	
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 40'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Dada $f(x) = x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x$, hallar todos los puntos donde el gráfico de f corta al eje x, sabiendo que $f(-2) = 0$.

Como nos piden todos los puntos donde el gráfico de f corta al eje x, sabemos que la imagen es 0.

Por lo cual debemos igualar a cero el polinomio y encontrar las raíces.

Al igualar a o, podemos observar que se puede sacar factor común x, donde una de las raíces es x=0

$$x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x = 0$$

$$x.(x^3 - 2x^2 - 5x + 6) = 0$$

Con el dato $f(-2) = 0$, sabemos que x = -2 es otra raíz del polinomio. Por lo cual podemos aplicar la regla de Ruffini.

	1	-2	-5	6
-2		-2	8	-6
	1	-4	3	0

Por lo tanto podemos expresar a $f(x) = x.(x+2)(x^2 - 4x + 3)$

Si hallamos las raíces de la expresión cuadrática, con la fórmula resolvente, obtenemos:$x_1 = 3$ y $x_2 = 1$

Los puntos pedidos son: $P_1 = (0\,;0)$; $P_2 = (-2\,;0)$; $P_3 = (3\,;0)$; $P_4 = (1\,;0)$

Para resolver este problema podrás consultar el material teórico referido a:

Funciones (lineal, cuadrática y polinómica) y en particular el apartado función polinómica

2. Dadas las funciones f y g tales que $f(x) = -\frac{3x-10}{8}$ **;** $g(x) = -\frac{9}{x} + 5$ **, hallar:** $h = g \circ f$.

Para hallar $h = g \circ f = g(f(x))$

Deberá cumplirse $Imagen\ f(x) \subseteq Domino\ g(x)$.
$Imagen\ f(x) = \Re$
$Dominio\ g(x) = \Re - \{0\}$
Con lo cual vamos a sacar del dominio de $f(x)$, el valor de x que devuelve una imagen igual a cero
$-\frac{3x-10}{8} = 0 \rightarrow 3x - 10 = 0 \rightarrow x = 10/3$
Ahora volvemos a reescribir las funciones para que puedan componerse:
$f: \Re - \left\{\frac{10}{3}\right\} \rightarrow \Re - \{0\} \quad siendo\ f(x) = -\frac{3x-10}{8}$
$g: \Re - \{0\} \rightarrow \Re - \{5\}\ siendo\ g(x) = \ -\frac{9}{x} + 5$
Ahora hallamos $h = g \circ f: Df \rightarrow Ig$

$$g(f(x)) = g\left(-\frac{3x-10}{8}\right) = \frac{-9}{-\frac{3x-10}{8}} + 5 = \frac{72}{3x-10} + 5$$

Para resolver este problema podes consultar el materia teórico referido a:

Estudio de funciones y en particular el apartado composición de funciones

3. Los valores de $k \in \mathbb{R}$, tal que la distancia entre los puntos $A = (3; -1)$ y $B = (2k + 1; 1)$ sea $\sqrt{20}$, son:

Planteamos la distancia entre los puntos *A* y *B* y resolvemos la ecuación que se obtiene:

$$d(A; B) = \sqrt{(2k + 1 - 3)^2 + (1 + 1)^2}$$
$$\sqrt{20} = \sqrt{(2k - 2)^2 + (2)^2}$$
$$\sqrt{20} = \sqrt{(2k)^2 - 2 \cdot 2k \cdot 2 + 2^2 + 4}$$
$$\sqrt{20} = \sqrt{4k^2 - 8k + 4 + 4}$$
$$\sqrt{20} = \sqrt{4k^2 - 8k + 8}$$
$$\left(\sqrt{20}\right)^2 = 4k^2 - 8k + 8$$
$$20 = 4k^2 - 8k + 8$$
$$0 = 4k^2 - 8k - 12$$
$$k = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-12)}}{2 \cdot 4} = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 192}}{8} = \frac{8 \pm \sqrt{256}}{8} = \frac{8 \pm 16}{8} = \begin{cases} k_1 = 3 \\ k_2 = -1 \end{cases}$$

Por lo tanto, los valores pedidos son 3 y –1.

Para resolver este problema podes consultar el material teórico referido a:

Números reales y plano real y en particular el apartado distancia entre dos puntos

4. Hallar el C^- de la función $g(x) = (x-1)^2.(3-x)$

Encontrar el conjunto de negatividad implica buscar para que valores de x pertenecientes al dominio de la función ésta última toma imágenes negativas, con lo cual:

$$(x-1)^2.(3-x) < 0$$

Considerando que un producto es negativo cuando uno de sus factores es negativo, y que $(x-1)^2$ siempre es mayor que cero (positivo), entonces vamos a pedir que $(3-x)$ **resulte negativo:**

$$(3-x) < 0$$

$$-x < -3$$

$$x > 3$$

Notar que en el último paso, se invierte el sentido de la desigualdad, debido a que en ambos lados de la inecuación dividimos por -1.

El resultado será entonces:

$$C^-: (3; +\infty)$$

Para resolver este problema podes consultar el material teórico referido a:

Números reales y plano real y en particular el apartado ecuaciones e inecuaciones