APELLIDO:	CALIFICACIÓN:
NOMBRE:	
DNI (registrado en SIU Guaraní):	
E-MAIL:	DOCENTE (nombre y apellido):
TEL:	
AULA:	

Tabla de uso exclusivo para el docente

	1	2	3	4
Puntaje de cada ejercicio	2,50	2,50	2,50	2,50

Duración del examen: 1h 40'. Completar los datos personales con letra clara, mayúscula e imprenta.

No se aceptarán respuestas en lápiz.

1. Dada la función cuadrática $f(x) = ax^2 + 2x + 3$ con vértice en el punto $(1;4)$, hallar a y las raíces de la función.

Sabiendo el vértice, podemos hallar el valor de a (**Tema: función cuadrática**)

$$f(1) = 4$$
$$a \cdot (1)^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 4$$
$$a + 2 + 3 = 4$$
$$a + 5 = 4$$
$$a = 4 - 5$$
$$a = -1$$

Entonces, la función es $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

Sabiendo que $a = -1, b = 2\ y\ c = 3$, podemos sacar las raíces utilizando la fórmula resolvente:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$x_1 = \frac{-2+\sqrt{2^2-4\cdot(-1)\cdot 3}}{2\cdot(-1)} \text{ o } x_2 = \frac{-2-\sqrt{2^2-4\cdot(-1)\cdot 3}}{2\cdot(-1)}$$

$$x_1 = -1 \text{ o bien } x_2 = 3$$

2. Determinar el/los puntos del plano de abscisa negativa y ordenada 3, distante 5 unidades del punto $\boldsymbol{A = (2; -1)}$.

Definimos las coordenadas del punto que queremos encontrar: $P = (x; 3)$ considerando que $x \in \Re^-$ por tratarse de una abscisa negativa.

Consideramos la distancia entre los puntos $P\ y\ A$:

$$d\ \overline{PA} = \sqrt{(x-2)^2 + (3+1)^2}$$

$$5 = \sqrt{(x-2)^2 + (3+1)^2}$$

$$25 = (x-2)^2 + (4)^2$$

$$25 - 16 = (x-2)^2$$

$$9 = (x-2)^2$$

$$\sqrt{9} = \sqrt{(x-2)^2}$$

$$3 = |x-2|$$

En consecuencia: $x = 5 \quad o\ bien \quad x = -1$

Como $x \in \Re^-$, resulta: $P = (-1; 3)$

Para resolver este ejercicio resignificamos el concepto de distancia entre dos puntos. Este concepto se encuentran en el apunte teórico “Distancia entre puntos” correspondiente a la unidad Números reales y plano cartesiano.

3. Dadas las funciones $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{x}}$, $\boldsymbol{h(x) = x^2 - 1}$, hallar $\boldsymbol{f \circ h}$ y $\boldsymbol{h \circ f}$

Primero realizamos la composición $f \circ h(x)$:

$$f \circ h(x) = f\big(h(x)\big) = \sqrt{x^2 - 1}$$

Ahora determinemos la composición $h \circ f(x)$:

$$h \circ f(x) = h\big(f(x)\big) = (\sqrt{\boldsymbol{x}})^{\boldsymbol{2}} - \boldsymbol{1}$$

$$= x - 1$$

Podés repasar el tema de Composición de Funciones en el apunte teórico de la Unidad 3 llamado Composición de Funciones y en los ejercicios del TP.3.

4. Calcular $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^3+2x+1}{x^2+1}$

A partir de lo estudiado en la unidad “Estudio de funciones”, límite de funciones, conviene dividir el numerador y el denominador de la expresión algebraica fraccionaria por x elevada a la mayor potencia que aparezca tanto en el numerador como del denominador a los efectos de “salvar” la indeterminación (cociente de infinitos). Luego se distribuye, quedan cocientes de potencias de igual base que se resuelven y se toma el límite.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^3+2x+1}{x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{\dfrac{3x^3+2x+1}{x^3}}{\dfrac{x^2+1}{x^3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\dfrac{3x^3}{x^3}+\dfrac{2x}{x^3}+\dfrac{1}{x^3}}{\dfrac{x^2}{x^3}+\dfrac{1}{x^3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{3+\dfrac{2}{x^2}+\dfrac{1}{x^3}}{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^3}} = \infty$$

El límite es infinito porque el numerador tiende a 3 y el denominador a cero cuando x tiende a infinito. (los términos que son cocientes entre constantes y x elevada a alguna potencia tienden a cero porque se tiene un número divido por una cantidad que crece indefinidamente)

En definitiva,

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^3+2x+1}{x^2+1} = \infty$$