✓ *Ejercicio 1*

1) En una economía hipotética de dos industrias A y B la matriz de los coeficientes tecnológicos es
$$A=\begin{pmatrix}\frac{3}{20} & \frac{1}{5}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}.$$

Si la demanda final es $DF=\begin{pmatrix}65\\130\end{pmatrix}$

a) Hallar el nuevo vector producción

b) Completar el nuevo cuadro

$$I-A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\frac{3}{20} & \frac{1}{5}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{17}{20} & -\frac{1}{5}\\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}\Rightarrow (I-A)^{-1}=\frac{1}{|I-A|}Adj(I-A)=\frac{1}{13/40}\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{5}\\ \frac{1}{2} & \frac{17}{20}\end{pmatrix}\Rightarrow \boxed{(I-A)^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{20}{13} & \frac{8}{13}\\ \frac{20}{13} & \frac{34}{13}\end{pmatrix}}$$

$$X=\begin{pmatrix}\frac{20}{13} & \frac{8}{13}\\ \frac{20}{13} & \frac{34}{13}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}65\\130\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}180\\440\end{pmatrix}$$

	A	*B*	*DF*	*PT*
A	27	88	65	180
B	90	220	130	440
VA	63	132	195	-
PT	180	440	-	620

✓ *Ejercicio 2*

2) Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 2 & 2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & 3\end{pmatrix}$ ***e*** $I\in\Re^{2x2}$

a) Hallar la matriz A^{-1}

b) Hallar la matriz $X\in\Re^{2x2} / A\cdot X+I=B^{T}$

$$A=\begin{pmatrix}4&3\\2&2\end{pmatrix}\Rightarrow |A|=\begin{vmatrix}4&3\\2&2\end{vmatrix}=2$$

$$A^T=\begin{pmatrix}4&2\\3&2\end{pmatrix}\Rightarrow AdjA=\begin{pmatrix}2&-3\\-2&4\end{pmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\frac{AdjA}{|A|}=\begin{pmatrix}1&-\frac{3}{2}\\-1&2\end{pmatrix}\Rightarrow \boxed{A^{-1}=\begin{pmatrix}1&-\frac{3}{2}\\-1&2\end{pmatrix}}$$

b) $X\in\Re^{2x2}\,/\,A\cdot X+I=B^T\Rightarrow \boxed{X=A^{-1}\cdot\left(B^T-I\right)}$

$$B^T-I=\begin{pmatrix}2&0\\1&3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\1&2\end{pmatrix}$$

$$X=A^{-1}\cdot\left(B^T-I\right)=\begin{pmatrix}1&-\frac{3}{2}\\-1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&-7\\-3&11\end{pmatrix}\Rightarrow \boxed{X=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}&-3\\1&4\end{pmatrix}}$$

✓ *Ejercicio 3*

3) La matriz $A=\begin{pmatrix}x&x+y&x-z\\x-y&y&y+z\\x+z-2&z-y&z\end{pmatrix}$ *es triangular superior:*

- ☐ *a)* $x=0,y=0,z=1$
- ☐ *b)* $x=y=z=0$
- ☐ *c)* $x=-y=z$
- ☐ *d)* $x=y=z=1$

La matriz $A=\begin{pmatrix}x&x+y&x-z\\x-y&y&y+z\\x+z-2&z-y&z\end{pmatrix}$ *es triangular superior si* $\begin{cases}x-y=0\\x+z-2=0\\z-y=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x-y=0\\x+z=2\\z-y=0\end{cases}$

$$\Rightarrow\left(\begin{array}{ccc|c}1&-1&0&0\\1&0&1&2\\0&-1&1&0\end{array}\right)F_2-F_1\approx\left(\begin{array}{ccc|c}1&-1&0&0\\0&1&1&2\\0&-1&1&0\end{array}\right)F_3+F_2\approx\left(\begin{array}{ccc|c}1&-1&0&0\\0&1&1&2\\0&0&2&2\end{array}\right)\Rightarrow\begin{cases}x-y=0\to x-1=0\to x=1\\y+z=2\to y+1=2\to y=1\\2z=2\to z=1\end{cases}$$

$$\boxed{x=1,y=1,z=1}$$

Respuesta correcta es la d)

- ✓ *Ejercicio 4*

4) *El o los valores de* $m \in \Re$ *para que el sistema homogéneo asociado a* $\begin{cases} 3x + my + z = -1 \\ 2mx - y + 2z = 0 \\ 2x - my - 2z = -1 \end{cases}$ *admita únicamente la solución trivial*

- ☐ *a)* $\forall m \in \Re$
- ☐ *b)* $m = -4 \wedge m = -1$
- ☐ *c)* $m \neq -4 \wedge m \neq -1$
- ☐ *d)* $\nexists m \in \Re$

Para que el sistema homogéneo asociado admita sólo la solución trivial, debe ser SCD y por lo tanto su determínate debe ser distinto de 0

$$\begin{cases} 3x + my + z = -1 \\ 2mx - y + 2z = 0 \\ 2x - my - 2z = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + my + z = 0 \\ 2mx - y + 2z = 0 \\ 2x - my - 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & m & 1 \\ 2m & -1 & 2 \\ 2 & -m & -2 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow \text{solución trivial}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & m & 1 \\ 2m & -1 & 2 \\ 2 & -m & -2 \end{vmatrix} = 2.m^2 + 10.m + 8 \neq 0 \Leftrightarrow \boxed{m \neq -4 \wedge m \neq -1}$$

Respuesta correcta es la c)

- ✓ *Ejercicio 5*

5) *Sabiendo que el vector* $\overrightarrow{AG}$ *está definido por los puntos* $A = (2;1)$ *y* $G = (k;4)$ *y siendo* $|\overrightarrow{AG}| = 5$, *el conjunto de valores de* $k \in \Re$ *es:*

- ☐ *a)* $k \in \{-2;6\}$
- ☐ *b)* $k \in \{2;6\}$
- ☐ *c)* $k \in \{-6;2\}$
- ☐ *d)* $k \in \{-6;-2\}$

Determinamos en primer lugar el vector $\overrightarrow{AG}$ ***, restando el punto G (extremo) con el punto A (origen)***

$$\overrightarrow{AG} = G - A = (k;4) - (2;1) = (k-2;3)$$

$$|\overrightarrow{AG}| = \sqrt{(k-2)^2 + 9} = 5 \Rightarrow (k-2)^2 + 9 = 25 \Rightarrow (k-2)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k^2 - 4k + 4 - 16 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 4k - 12 = 0 \Rightarrow \boxed{k = -2 \vee k = 6}$$

Respuesta correcta a)

✓ *Ejercicio 6*

6) Sean los vectores $\vec{u}=(6;-4;2k)$ *y* $\vec{v}=(k;k;-1)$ *El o los valores de* $k\in\Re$ *para que los vectores sean ortogonales son:*

- ☐ *a)* $k=1$
- ☐ *b)* $\forall k\in\Re$
- ☐ *c)* $k=0$
- ☐ *d)* $\nexists k\in\Re$

Dos vectores son ortogonales si y sólo si su producto escalar es nulo, planteamos el producto escalar

$$\vec{u}.\vec{v}=(6;-4;2k).(k;k;-1)=0\Rightarrow 6k-4k-2k=0\Rightarrow 0=0\Rightarrow \boxed{\forall k\in\Re}$$

Respuesta correcta b)

✓ *Ejercicio 7*

7) Sea $A=\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ *sabiendo que* $|A|=4$, *los determinantes:* $|-3A^2|$ *y* $\begin{vmatrix} -r & -s \\ 2p & 2q \end{vmatrix}$ *son respectivamente:*

- ☐ *a)* $-48, 8$
- ☐ *b)* $144, 8$
- ☐ *c)* $144, -8$
- ☐ *d)* $48, 8$

Aplicamos propiedades de los determinantes para calcular los determinantes pedidos

$$|-3A^2|=(-3)^2|A^2|=9|A|^2=9.4^2=9.16=144\Rightarrow \boxed{|-3A^2|=144}$$

$$\begin{vmatrix} -r & -s \\ 2p & 2q \end{vmatrix}=(-1).2\begin{vmatrix} r & s \\ p & q \end{vmatrix}=(-1).2.(-1)\begin{vmatrix} p & q \\ r & s \end{vmatrix}=(-1).2.(-1).4=8\Rightarrow \boxed{\begin{vmatrix} -r & -s \\ 2p & 2q \end{vmatrix}=8}$$

Respuesta correcta b)

✓ *Ejercicio 8*

8) El conjunto de los $k \in \Re$ tales que la matriz $\begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ 5 & k^2 & 0 \\ 0 & 0 & k+3 \end{pmatrix}$ *no tenga rango 3:*

- ☐ *a)* $\varnothing$
- ☐ *b)* $\Re - \{-3,0,5\}$
- ☐ *c)* $\Re$
- ☐ *d)* $\{-3,0,5\}$

A no tiene rango 3 si su determinante es nulo

$$\begin{vmatrix} 1 & k & 0 \\ 5 & k^2 & 0 \\ 0 & 0 & k+3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (k+3)(k^2-5k) = 0 \Rightarrow k.(k+3)(k-5) = 0 \Rightarrow \boxed{k=-3 \vee k=0 \vee k=5}$$

Respuesta correcta d)

✓ *Ejercicio 9*

9) Sea el plano de ecuación $\pi : x+2y+z-10=0$ *, la ecuación de la recta r perpendicular al plano que pasa por el punto* $C=(-1;4;3)$ *expresada en forma vectorial es:*

- ☐ *a)* $x+1=\dfrac{y-4}{2}=z-3$
- ☐ *b)* $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-1}{3}$
- ☐ *c)* $r:(-1;4;3)+\lambda(1;2;1)$
- ☐ *d)* $r:(1;2;1)+\lambda(-1;4;3)$

Si el plano tiene por ecuación: $\pi : x+2y+z-10=0$ *entonces su vector normal es:* $\vec{n}=(1;2;1)$

Teniendo en cuenta que la recta pasa por el punto C, entonces la recta expresada en forma vectorial es:

$$\boxed{(x;y;z)=(-1;4;3)+\lambda(1;2;1)}$$

Respuesta correcta c)

✓ *Ejercicio10*

10) Sean $A,B \in \Re^{nxn}$ *dos matrices inversibles. Determinar que opción de las siguientes es falsa:*

- ☐ *a)* $det\,(A \cdot B) = det\,(B^T \cdot A^T)$
- ☐ *b)* $tr(A \cdot B) = tr(B \cdot A)$
- ☐ *c)* $det\,(A.A^{-1}) = det(I)$
- ☐ *d)* $det(A^2) = det(I)$

Analizadas las distintas opciones, se concluye que la falsa es:

$$det(A^2) = det(A.A) = det(A).det(A) = det(A)^2 \neq det(I)$$

Respuesta correcta d)