Álgebra A 1P1C2017 30 AÑOS UBAXXI TEMA 2	APELLIDO:	SOBRE Nº:
	NOMBRES:	Duración del exámen 1.45 hs
	DNI/CI/LC/LE/PAS. Nº:	CALIFICACIÓN
	EMAIL:	
	TELÉFONOS part: cel:	Apellido del evaluador:

Álgebra A (Ingeniería) - 1er Cuatrimestre 2017

1er Parcial (25/04/2017)

---

1. (**1 pt**) Consideren los vectores $\vec{v} = (a, b, c)$ y $\vec{w} = (3, -3, 4)$. Marquen la **única** opción correcta en cada item.

   a) (**0.5 pts**) El producto escalar entre $\vec{v}$ y $\vec{w}$ es:
   ☐ $abc - 36$ ☐ $-7a + b + 6c$ ☐ $3a + 3b + 4c$ ☑ $3a - 3b + 4c$

   b) (**0.5 pts**) Si el punto medio entre $\vec{v}$ y $\vec{w}$ es $(3, 1, 2)$ entonces la norma de $\vec{v}$ es:
   ☐ $-\sqrt{10}$ ☐ $\sqrt{10}$ ☐ $\sqrt{17}$ ☐ $\sqrt{21}$ ☑ $\sqrt{34}$

---

2. (**2 pts**) Determinen si los planos $\Pi_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 3y - z = 9\}$ y $\Pi_2 = \{X \in \mathbb{R}^3 : X = t(1, 2, 2) + s(-2, 0, -1) + (1, 0, -1),\ t, s \in \mathbb{R}\}$ son o no paralelos.

   Desarrollen la resolución a continuación (*para que el puntaje cuente, debe estar justificada correctamente la solución del ejercicio*).

   Una posible manera de resolver este ejercicio es ver si los planos se intersecan: si se intersecan en una recta, no pueden ser paralelos. Para ello, veamos cómo son los puntos del segundo plano: son de la forma (t-2s+1,2t,2t-s-1), con s,t números reales cualesquiera. Si reemplazamos esta expresión en la ecuación que define al primer plano, obtenemos: 9=2(t-2s+1)+3(2t)-(2t-s-1)=2t-4s+2+6t-2t+s+1=6t-3s+3. Es decir, s=2t-2. Reemplazando en la forma de los puntos del segundo plano, obtenemos (t-2(2t-2)+1,2t,2t-(2t-2)-1)=(-3t+5,2t,1). Este último vector se puede escribir como t(-3,2,0)+(5,0,1). Por lo tanto, hemos hallado que los planos se intersecan en la recta de ecuación vectorial t(-3,2,0)+(5,0,1), por lo que no concluimos que no son paralelos.

   ...

   Otra posible manera de resolver el ejercicio es calcular las normales de los planos y ver si dichos vectores son múltiplos (ya que dos planos son paralelos si y sólo si sus normales son múltiplos entre sí). La normal del primer plano podemos obtenerla fácilmente de la ecuación implícita que lo define: es (2,3,-1). Por otro lado, para hallar la normal del segundo plano, podemos calcular el producto vectorial entre los vectores directores (1,2,2) y (-2,0,-1) de su ecuación vectorial. Dicho producto vectorial es (-2,-3,4). Como este vector no es múltiplo de (2,3,-1) entonces podemos concluir que los planos no son paralelos.

---

3. (**2.5 pts**) Calculen la distancia del punto $(0, 4, 2)$ a la recta $L = \{X \in \mathbb{R}^3 : X = t(-1, 0, 2) + (0, 5, 2),\ t \in \mathbb{R}\}$.

   Desarrollen la resolución a continuación (*para que el puntaje cuente, debe estar justificada correctamente la solución del ejercicio.*)

   Para calcular la distancia del punto (0,4,2) a la recta L, construimos primero la ecuación del plano perpendicular a L que pase por el punto (0,4,2). Para ello, podemos considerar como normal de este plano al vector director de L, (-1,0,2). Usando la ecuación normal del plano (-1,0,2).(x,y,z)=(-1,0,2).(0,4,2) obtenemos la ecuación implícita -x+2z=4 para el plano buscado. A continuación, calculamos donde este plano interseca a la recta L. Para ello, notemos que la forma de los puntos de la recta es (-t,5,2t+2), para t un número real cualquiera. Si reemplazamos esta forma de los puntos en la ecuación implícita del plano obtenemos -(-t)+2(2t+2)=4; o sea, 5t+4=4; es decir, t=0. Por lo tanto, el punto que está en la intersección entre L y el plano hallado es (-0,5,2.0+2)=(0,5,2). Finalmente, podemos calcular la distancia buscada entre el punto (0,4,2) y la recta L: es la distancia entre (0,4,2) y el punto (0,5,2). Es decir, es la raíz cuadrada de (0-0)^2+(4-5)^2+(2-2)^2. Es decir, la raíz cuadrada de 0+1+0. O sea, es 1.

4. (**1.5 pts**) Calculen el simétrico de $(0,0) \in \mathbb{R}^2$ respecto de la recta $L = \{X \in \mathbb{R}^2 : X = t(2,-2) + (1,0),\ t \in \mathbb{R}\}$.

Desarrollen la resolución a continuación (*para que el puntaje cuente, debe estar justificada correctamente la solución del ejercicio.*)

Para calcular el simétrico de (0,0) respecto de L, comenzamos buscando la recta L' que sea perpendicular a L y que pase por el (0,0). Para ello, utilizamos como vector director de L' a un vector ortogonal al vector director de L; por ejemplo, el (2,2). Este vector es ortogonal a (2,-2) pues el producto escalar entre ambos es cero. Por lo tanto, podemos determinar que la recta L' buscada tiene por ecuación vectorial s(2,2)+(0,0)=s(2,2), para s un número real cualquiera. A continuación, buscamos cuál es el punto donde se intersecan L y L'. Los puntos de L son de la forma (2t+1,-2t) mientras que los de L' son de la forma (2s,2s). Por lo tanto, los puntos que pertenecen a ambas rectas deben ser de las dos formas; es decir: (2t+1,-2t)=(2s,2s). De aquí tenemos dos ecuaciones: 2t+1=2s y -2t=2s. De la segunda tenemos t=-s, y reemplazando esto en la primera ecuación tenemos -2s+1=2s, de donde s=1/4. Por lo tanto, L y L' se intersecan en (1/2,1/2). Finalmente, sabemos que el simétrico de (0,0) respecto de L es el vector (a,b) que verifica que el punto medio entre (a,b) y (0,0) es (1/2,1/2). Como el punto medio entre (a,b) y (0,0) es (a/2,b/2) entonces nos queda la ecuación (a/2,b/2)=(1/2,1/2), de donde a/2=1/2 y b/2=1/2. De acá, despejamos a=1 y b=1. Por lo tanto, el simétrico de (0,0) respecto de L es (1,1).

---

5. (**1.5 pts**) Consideren el subespacio $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0\}$. En cada item, **marcar con una X** la opción correcta: Verdadero o Falso.

   a) (**0.25 pts**) Los vectores $(3,1,1,1)$, $(2,1,1,0)$ y $(1,0,0,1)$ pertenecen al subespacio S. ☑ V ☐ F

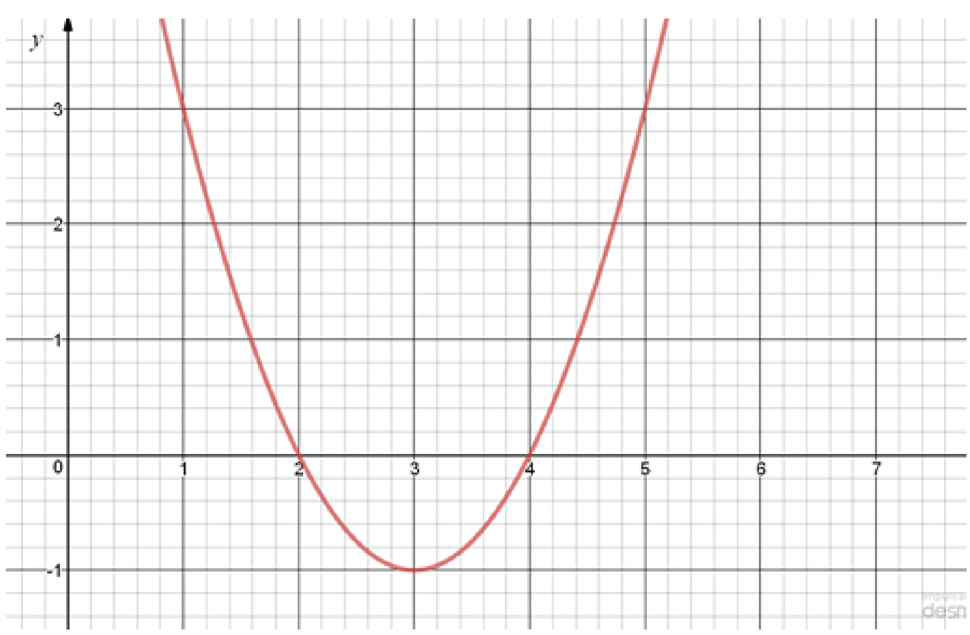
   b) (**0.5 pts**) El conjunto $\{(3,1,1,1),(2,1,1,0),(1,0,0,1)\}$ es un sistema de generadores del subespacio S. ☐ V ☑ F

   c) (**0.5 pts**) El conjunto $\{(3,1,1,1),(2,1,1,0),(1,0,0,1)\}$ es una base del subespacio S. ☐ V ☑ F

   d) (**0.25 pts**) La dimensión de S es 1. ☐ V ☑ F

---

6. (**1.5 pts**) Consideren la parábola P que aparece en el siguiente gráfico:



Marquen las únicas **tres** opciones que son correctas para P:

☐ El vértice de P es el $(-1,3)$ ☑ La excentricidad de P es 1

☑ La ecuación canónica de P es $(y+1) = (x-3)^2$ ☐ El foco de P es $(3,-2)$.

☑ La directriz de P es paralela al eje x ☐ La ecuación general de P es $y^2 - 6y - x + 8 = 0$.

Nota. *Cada opción correcta suma 0.5 pts. Si marcan más de tres opciones, el ejercicio no suma puntaje.*