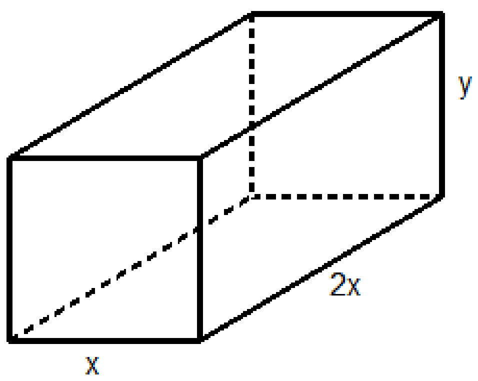
RESUELTOS TEMA A

1			2			3			4	5	
a	b	c	a	b	c	a	b	c		a	b

1. Se quiere construir un contenedor de base rectangular sin tapa y 16 m^3 de volumen. Sabiendo que el largo de la base es igual al doble del ancho, y que se quiere utilizar la menor cantidad de material posible para su construcción, se pide:
a) Expresar la función a optimizar y realizar un esquema de la situación donde figuren las variables del problema.
b) Hallar las dimensiones del contenedor que minimizan la cantidad de material a utilizar para su construcción.
c) Determinar la cantidad mínima necesaria para tal construcción.

a)



__Función a optimizar:__

$$S(x;y) = 2x^2 + 6xy$$

Vínculo:

$$V = 2x^2y = 16$$

__Función a optimizar en una variable:__

$$\boldsymbol{S(x) = 2x^2 + \frac{48}{x}}$$

b) $S'(x) = 4x - \frac{48}{x^2} \quad \rightarrow \quad S'(x) = 0 \quad \rightarrow \quad 4x = \frac{48}{x^2} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = \sqrt[3]{12} \cong 2,30m}$

$S''(x) = 4 + \frac{96}{x^3} \quad \rightarrow \quad S''\left(\sqrt[3]{12}\right) = 12 > 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Existe\ un\ mínimo\ en\ x = 2,30m}$

Las dimensiones que minimizan la cantidad de material utilizado son: $\begin{cases} \boldsymbol{ancho \cong 2,30m} \\ \boldsymbol{largo \cong 4,60m} \\ \boldsymbol{alto \cong 1,51m} \end{cases}$

c) La cantidad mínima de material necesaria para la construcción es: $\boldsymbol{S\left(\sqrt[3]{12}\right) = 31,45m^2}$

2. En un edificio de departamentos viven 200 familias de las cuales 180 son propietarias y 150 poseen automóvil propio. Hay 14 familias que no son propietarias pero si poseen automóvil propio. Armar una tabla de doble entrada y calcular la probabilidad de que una familia seleccionada al azar en el edificio:
a) No sea propietaria o posea automóvil propio
b) Si una familia es propietaria ¿Cuál es la probabilidad de que posea automóvil propio?
c) Los sucesos "ser propietario" y "poseer automóvil", ¿son independientes? Justificar.

	Propietario	**No Propietario**	**Total**
Automóvil	**136**	**14**	**150**
No Automóvil	**44**	**6**	**50**
Total	**180**	**20**	**200**

a) $P(NP \cup A) = P(NP) + P(A) - P(NP \cap A) = \frac{156}{200} \rightarrow$
$\boldsymbol{P(NP \cup A) = 0,78}$

b) $P(A/P) = \frac{136}{180} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P(A/P) = 0,7\widehat{5}}$

c) $P(P).P(A) = 0,675 \quad y \quad P(P \cap A) = 0,68 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{No\ son\ independientes}$

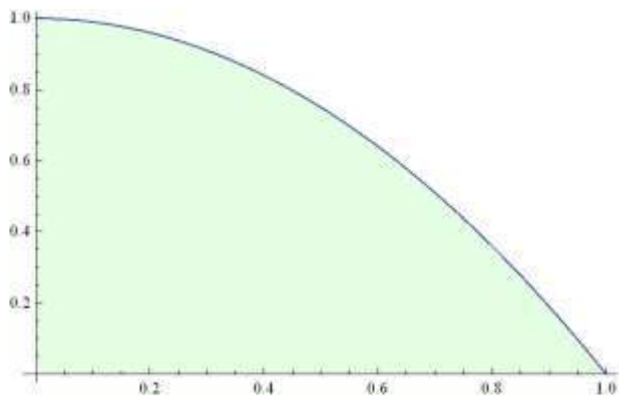
3. Sea la superficie limitada por la curva representativa de la función $f(x) = -x^2 + 1$ en el primer cuadrante. Se pide para la superficie:

a) Realizar un gráfico de la superficie.

b) Determinar el valor de su área.

c) Hallar las coordenadas de su centro de gravedad.

a)



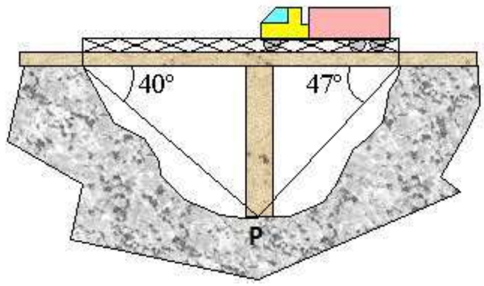
b) $A = \int_0^1 (-x^2+1)dx = \frac{2}{3}$

c) $M_x = \frac{1}{2}\int_0^1 (-x^2+1)^2 dx = \frac{4}{15}$

$$M_y = \int_0^1 x.(-x^2+1)dx = \frac{1}{4}$$

$$\boldsymbol{x_{CM} = \frac{3}{8}} \qquad \boldsymbol{y_{CM} = \frac{2}{5}}$$

4. Se quiere conocer la altura a la que se encuentra el puente del punto P, sabiendo que la longitud del puente es de 17 m y que forma los ángulos indicados en la figura con las superficies de apoyo de sus extremos.



$$\begin{cases} x + y = 17 \\ tg\ 40° = \dfrac{h}{x} \\ tg\ 47° = \dfrac{h}{y} \end{cases} \qquad x.tg\ 40° = (17-x).tg\ 47° \quad \rightarrow \quad x = 9{,}52$$

$$h = x.tg\ 40° \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{h \cong 8m}$$

5. La puntuación obtenida por 40 postulantes que se presentaron a una selección para ocupar un puesto en una empresa, se muestra en la siguiente tabla:

Puntuación	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
Nº de postulantes	3	6	15	1	8	7

a) Determinar la puntuación promedio y la puntuación más frecuente.

b) Los candidatos para cubrir el puesto serán seleccionados entre el 15% de los aspirantes de mejor puntuación. ¿Cuál es la puntuación mínima que se debe obtener para tener oportunidad de ser seleccionado?

a) $\bar{x} = \frac{5.3+15.6+25.15+35.1+45.8+55.7}{40} = 31{,}5 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\bar{x} = 31{,}5}$

$$Mo = 20 + \left[\frac{9}{9+14}\right].10 = 23{,}91 \rightarrow \boldsymbol{Mo = 23{,}91}$$

b) $Pos(85) = \frac{85.40}{100} = 34$

$$P_{85} = 50 + 10.\left[\frac{34-33}{7}\right] = 51{,}43 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P_{85} = 51{,}43}$$

RESUELTOS TEMA B

1			2	3			4			5	
a	b	c		a	b	c	a	b	c	a	b

1. En un edificio de departamentos viven 250 familias de las cuales 160 son propietarias y 140 poseen automóvil propio. Hay 76 familias que no son propietarias ni poseen automóvil propio. Armar una tabla de doble entrada y calcular la probabilidad de que una familia seleccionada al azar en el edificio:
a) Si una familia posee automóvil propio ¿Cuál es la probabilidad de que sea propietaria?
b) Sea propietaria o posea automóvil.
c) Los sucesos “ser propietario” y “poseer automóvil”, ¿son independientes? Justificar.

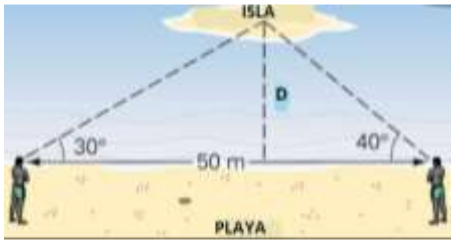
	Propietario	No Propietario	Total
Automóvil	126	14	140
No Automóvil	34	76	110
Total	160	90	250

a) $P(P/\,A\,) = \frac{126}{140} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P(P\,/\,A) = 0,9}$

b) $P(P \cup A) = P(P) + P(A) - P(P \cap A) = \frac{174}{250} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P(P \cup A) = 0,696}$

c) $P(P).P(A) = 0{,}3584 \quad y \quad P(P \cap A) = 0{,}504 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{No\ son\ independientes}$

2. Se quiere conocer la distancia D que separa a una isla de la costa que se muestra en la figura, sabiendo que los ángulos con los cuales observan la isla desde la costa dos bañeros distantes entre sí 50 m son los indicados en la figura.

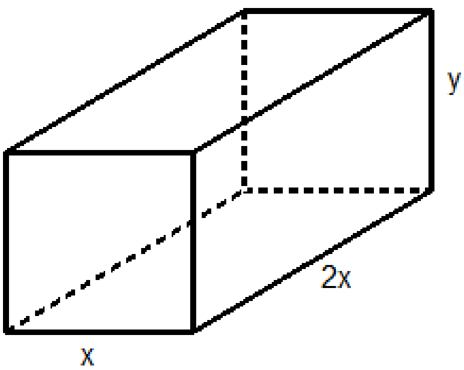


$$\begin{cases} x + y = 50 \\ tg\ 40° = \frac{D}{y} \\ tg\ 30° = \frac{D}{x} \end{cases} \qquad x.tg\ 30° = (50 - x).tg\ 40° \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = 29,61m}$$

$$D = x.tg\ 30° \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{D \cong 17,10m}$$

3. Se quiere construir un contenedor de base rectangular sin tapa y 12 m^3 de volumen. Sabiendo que el largo de la base es igual al doble del ancho, y que se quiere utilizar la menor cantidad de material posible para su construcción, se pide:
a) Expresar la función a optimizar y realizar un esquema de la situación donde figuren las variables del problema.
b) Hallar las dimensiones del contenedor que minimizan la cantidad de material a utilizar para su construcción.
c) Determinar la cantidad mínima necesaria para tal construcción.

a)



<u>Función a optimizar:</u>

$$S(x;y) = 2x^2 + 6xy$$

Vínculo:

$$V = 2x^2y = 12$$

<u>Función a optimizar en una variable:</u>

$$\boldsymbol{S(x) = 2x^2 + \frac{36}{x}}$$

b) $S'(x) = 4x - \frac{36}{x^2} \quad \rightarrow \quad S'(x) = 0 \quad \rightarrow \quad 4x = \frac{36}{x^2} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = \sqrt[3]{9} \cong 2,08m}$

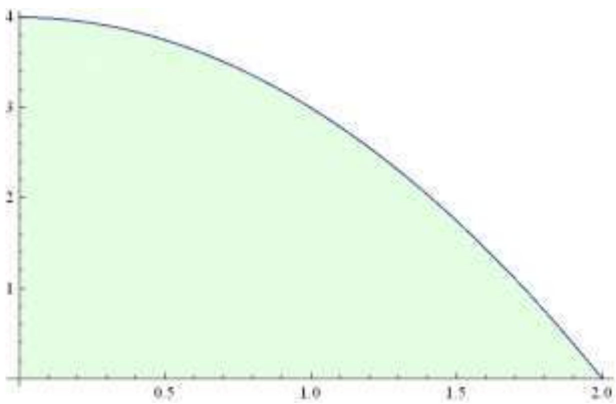
$$S''(x) = 4 + \frac{72}{x^3} \quad \rightarrow \quad S''(\sqrt[3]{9}) = 12 > 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Existe\ un\ mínimo\ en\ x = 2,08m}$$

Las dimensiones que minimizan la cantidad de material utilizado son: $\begin{cases} \boldsymbol{ancho \cong 2,08m} \\ \boldsymbol{largo \cong 4,16m} \\ \boldsymbol{alto \cong 1,39m} \end{cases}$

c) La cantidad mínima de material necesaria para la construcción es: $\boldsymbol{S(\sqrt[3]{9}) = 25,96m^2}$

4. Sea la superficie limitada por la curva representativa de la función $f(x) = -x^2 + 4$ en el primer cuadrante.
Se pide para la superficie:
a) Realizar un gráfico de la superficie.
b) Determinar el valor de su área.
c) Hallar las coordenadas de su centro de gravedad.

a)



b) $A = \int_0^2 (-x^2 + 4)dx = \frac{16}{3}$

c) $M_x = \frac{1}{2}\int_0^2 (-x^2 + 4)^2 dx = \frac{128}{15}$

$$M_y = \int_0^2 x.(-x^2 + 4)dx = 4$$

$$\boldsymbol{x_{CM} = \frac{3}{4} \qquad y_{CM} = \frac{8}{5}}$$

5. En un programa para la detección temprana de problemas de aprendizaje, se desea estudiar el tiempo que tardan los niños de entre tres y seis años para resolver un test. Para ello se tomó una muestra de 50 niños y se registró el tiempo que tardaban en realizarlo.

Tiempo (en minutos)	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20
Cantidad de niños	3	9	24	12	2

a) Calcule el tiempo que demoró en realizar el test el 25% de los niños que más tardaron en realizarlo.
b) ¿Está de acuerdo con la afirmación "La mayoría de los niños demora un tiempo inferior al promedio en realizar el test"? Justifique su respuesta con el cálculo de medidas adecuadas.

a) $Pos(75) = \frac{75 .50}{100} = 37,5$

$$P_{75} = 12 + 4.\left[\frac{37,5 - 36}{12}\right] = 12,5 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P_{75} = 12,5}$$

b) $\bar{x} = \frac{2.3+6.9+10.24+14.12+18.2}{50} = 10,08 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\bar{x} = 10,08}$

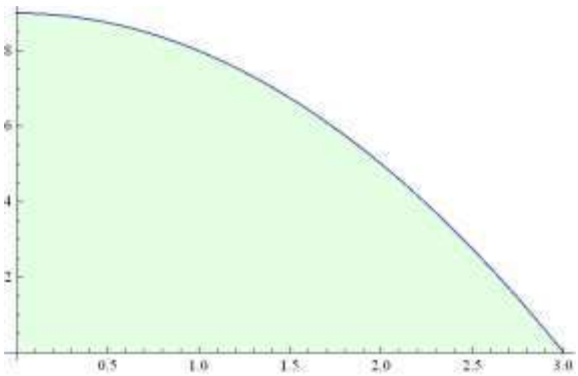
$$Mo = 8 + \left[\frac{15}{15 + 12}\right].4 = 10,22 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Mo = 10,22}$$

RESUELTOS TEMA C

1			2	3			4			5	
a	b	c		a	b	c	a	b	c	a	b

1. Sea la superficie limitada por la curva representativa de la función $f(x) = -x^2 + 9$ en el primer cuadrante.
Se pide para la superficie:
a) Realizar un gráfico de la superficie.
b) Determinar el valor de su área.
c) Hallar las coordenadas de su centro de gravedad.

a)



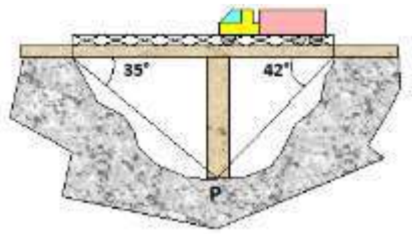
b) $A = \int_0^3 (-x^2 + 9)dx = 18$

c) $M_x = \frac{1}{2}\int_0^3 (-x^2 + 9)^2 dx = \frac{324}{5}$

$M_y = \int_0^3 x.(-x^2 + 9)dx = \frac{81}{4}$

$$\boldsymbol{x_{CM} = \frac{9}{8} \quad y_{CM} = \frac{18}{5}}$$

2. Se quiere conocer la altura a la que se encuentra el puente del punto P, sabiendo que la longitud del puente es de 20 m y que forma los ángulos indicados en la figura con las superficies de apoyo de sus extremos.



$$\begin{cases} x + y = 20 \\ tg\ 35° = \dfrac{h}{x} \\ tg\ 42° = \dfrac{h}{y} \end{cases} \qquad x.tg\ 35° = (20 - x).tg\ 42° \quad \rightarrow \quad x = 11{,}25\,m$$

$$h = x.tg\ 35° \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{h \cong 7{,}877m}$$

3. En un edificio de departamentos viven 230 familias de las cuales 170 son propietarias y 180 poseen automóvil propio. Hay 20 familias que no son propietarias pero si poseen automóvil propio. Armar una tabla de doble entrada y calcular la probabilidad de que una familia seleccionada al azar en el edificio:

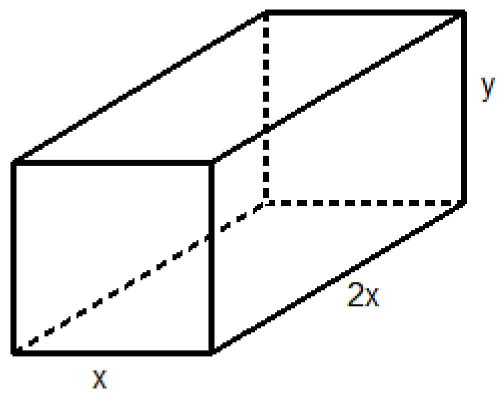
a) No sea propietaria o no posea automóvil propio
b) Si una familia posee automóvil propio ¿Cuál es la probabilidad de no sea propietaria?
c) Los sucesos "ser propietario" y "poseer automóvil", ¿son independiente? Justificar.

	Propietario	**No Propietario**	**Total**
Automóvil	**160**	**20**	**180**
No Automóvil	**10**	**40**	**50**
Total	**170**	**60**	**230**

a) $P(NP \cup NA) = P(NP) + P(NA) - P(NP \cap NA) = \frac{70}{230} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P(NP \cup NA) = 0{,}304}$
b) $P(NP\ /\ A) = \frac{20}{180} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P(NP\ /\ A) = 0{,}1111}$
c) $P(P).P(A) = 0{,}578 \quad y \quad P(P \cap A) = 0{,}696 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{No\ son\ independientes}$

4. Se quiere construir un contenedor de base rectangular sin tapa y 8 m^3 de volumen. Sabiendo que el largo de la base es igual al doble del ancho, y que se quiere utilizar la menor cantidad de material posible para su construcción, se pide:
a) Expresar la función a optimizar y realizar un esquema de la situación donde figuren las variables del problema.
b) Hallar las dimensiones del contenedor que minimizan la cantidad de material a utilizar para su construcción.
c) Determinar la cantidad mínima necesaria para tal construcción.

a)



Función a optimizar:

$$S(x;y) = 2x^2 + 6xy$$

Vínculo:

$$V = 2x^2 y = 8$$

Función a optimizar en una variable:

$$\boldsymbol{S(x) = 2x^2 + \frac{24}{x}}$$

b) $S'(x) = 4x - \frac{24}{x^2} \quad \rightarrow \quad S'(x) = 0 \quad \rightarrow \quad 4x = \frac{24}{x^2} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = \sqrt[3]{6} \cong 1,82m}$

$$S''(x) = 4 + \frac{48}{x^3} \quad \rightarrow \quad S''(\sqrt[3]{6}) = 12 > 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Existe\ un\ mínimo\ en\ x = 1,82m}$$

Las dimensiones que minimizan la cantidad de material utilizado son: $\begin{cases} \boldsymbol{ancho \cong 1,82m} \\ \boldsymbol{largo \cong 3,64m} \\ \boldsymbol{alto \cong 1,21m} \end{cases}$

c) La cantidad mínima de material necesaria para la construcción es: $\boldsymbol{S(\sqrt[3]{6}) = 19,81m^2}$

5. Las cuestiones de salud son de interés parara gerentes de empresas, en especial, porque evalúan el costo de seguridad médica. En un reciente estudio de 150 ejecutivos realizado por una organización aseguradora aparecieron las cifras de sobrepeso (en kilogramos) que se agrupan en la siguiente tabla:

Sobrepeso	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
frecuencia	14	42	58	28	8

a) Determine el sobrepeso máximo del 50% de los ejecutivos de menor sobrepeso y el sobrepeso más frecuente.
b) El estudio determinó que el 20 % de los ejecutivos más excedidos de peso corre serios riesgos de presentar problemas cardiovasculares. ¿Cuál es el sobrepeso a partir del cual los ejecutivos corren dicho riesgo?

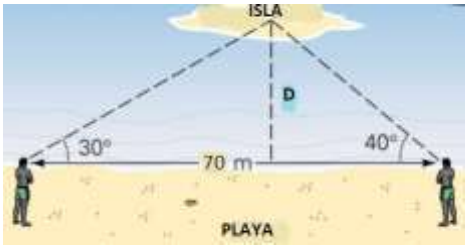
a) $Me = 10 + 5.\left[\frac{75-56}{58}\right] = 11,64 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Me = 11,64}$

$$Mo = 10 + 5.\left[\frac{16}{16+30}\right] = 11,74 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Mo = 11,74}$$

b) $Pos(80) = \frac{80.150}{100} = 120$

$$P_{80} = 15 + 5.\left[\frac{120-114}{28}\right] = 16,07 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P_{80} = 16,07}$$

RESUELTOS TEMA D



1. Se quiere conocer la distancia D que separa a una isla de la costa que se muestra en la figura, sabiendo que los ángulos con los cuales observan la isla desde la costa dos bañeros distantes entre sí 70 m son los indicados en la figura.

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ tg\ 30° = \dfrac{D}{x} \\ tg\ 40° = \dfrac{D}{y} \end{cases} \qquad x.tg\ 30° = (70 - x).tg\ 40° \quad \rightarrow \quad x = 41{,}47m$$

$$D = x.tg\ 30° \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{D \cong 23{,}94m}$$

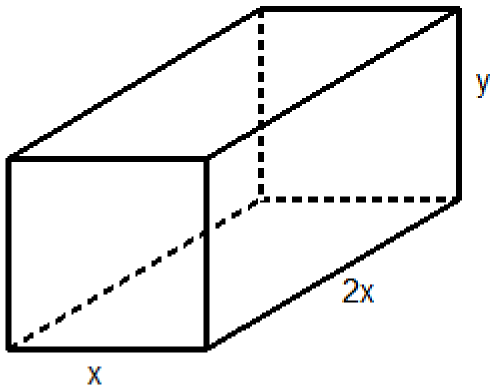
2. Se quiere construir un contenedor de base rectangular sin tapa y 4 m^3 de volumen. Sabiendo que el largo de la base es igual al doble del ancho, y que se quiere utilizar la menor cantidad de material posible para su construcción, se pide:

a) Expresar la función a optimizar y realizar un esquema de la situación donde figuren las variables del problema.

b) Hallar las dimensiones del contenedor que minimizan la cantidad de material a utilizar para su construcción.

c) Determinar la cantidad mínima necesaria para tal construcción.

a)



<u>Función a optimizar:</u>

$$S(x;y) = 2x^2 + 6xy$$

Vínculo:

$$V = 2x^2y = 4$$

<u>Función a optimizar en una variable:</u>

$$\boldsymbol{S(x) = 2x^2 + \frac{12}{x}}$$

b) $S'(x) = 4x - \frac{12}{x^2} \quad \rightarrow \quad S'(x) = 0 \quad \rightarrow \quad 4x = \frac{12}{x^2} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = \sqrt[3]{3} \cong 1{,}44m}$

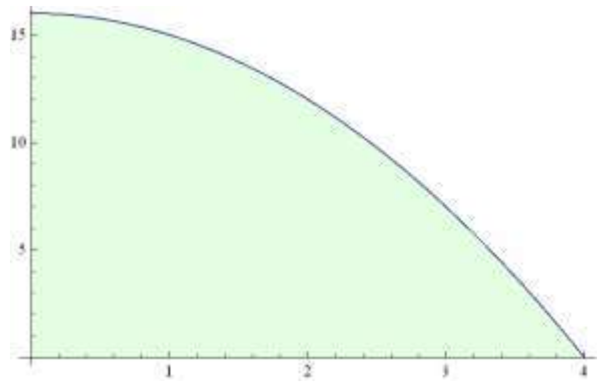
$$S''(x) = 4 + \frac{24}{x^3} \quad \rightarrow \quad S''(\sqrt[3]{3}) = 12 > 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Existe\ un\ mínimo\ en\ x = 1{,}44m}$$

Las dimensiones que minimizan la cantidad de material utilizado son: $\begin{cases} \boldsymbol{ancho \cong 1{,}44m} \\ \boldsymbol{largo \cong 2{,}88m} \\ \boldsymbol{alto \cong 0{,}96m} \end{cases}$

c) La cantidad mínima de material necesaria para la construcción es: $\boldsymbol{S(\sqrt[3]{3}) = 12{,}48m^2}$

3. Sea la superficie limitada por la curva representativa de la función $f(x) = -x^2 + 16$ en el primer cuadrante.
Se pide para la superficie:
a) Realizar un gráfico de la superficie.
b) Determinar el valor de su área.
c) Hallar las coordenadas de su centro de gravedad.

a)



b) $A = \int_0^4 (-x^2 + 16)dx = \frac{128}{3}$

c) $M_x = \frac{1}{2}\int_0^4 (-x^2 + 16)^2 dx = \frac{4096}{15}$

$$M_y = \int_0^4 x.(-x^2 + 16)dx = 64$$

$$\boldsymbol{x_{CM} = \frac{3}{2} \quad y_{CM} = \frac{32}{5}}$$

4. En un edificio de departamentos viven 200 familias de las cuales 150 son propietarias y 80 poseen automóvil propio. Hay 26 familias que no son propietarias pero si poseen automóvil propio. Armar una tabla de doble entrada y calcular la probabilidad de que una familia seleccionada al azar en el edificio:
a) Sea propietaria o no posea automóvil propio.
b) Si una familia no es propietaria ¿Cuál es la probabilidad de que no posea automóvil propio?
c) Los sucesos "ser propietario" y "poseer automóvil", ¿son independiente? Justificar.

	Propietario	**No Propietario**	**Total**
Automóvil	**54**	**26**	**80**
No Automóvil	**96**	**24**	**120**
Total	**150**	**50**	**200**

a) $P(P \cup NA) = P(P) + P(NA) - P(P \cap NA) = \frac{174}{200} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P(P \cup NA) = 0,87}$
b) $P(NA\ /\ NP) = \frac{24}{50} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P(NA\ /\ NP) = 0,48}$
c) $P(P).P(A) = 0,3 \quad y \quad P(P \cap A) = 0,27 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{No\ son\ independientes}$

5. En un banco se registró el tiempo que tardan (en minutos) para llevar a cabo una transacción en un cajero automático. Los datos correspondientes a 200 clientes se resumen en la siguiente tabla:

Tiempo	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20
Nº de clientes	17	39	80	44	20

a) Calcule el tiempo superado por el 30% de los clientes.
b) Determine el tiempo promedio y el tiempo más habitual que tardan los clientes en realizar la transacción.

a) $Pos(70) = \frac{70\ .200}{100} = 140$

$$P_{70} = 12 + 4.\left[\frac{140 - 136}{44}\right] = 12,36 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P_{70} = 12,36}$$

b) $\bar{x} = \frac{2.17+6.39+10.80+14.44+18.20}{200} = 10,22 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\bar{x} = 10,22}$

$$Mo = 8 + \left[\frac{41}{41+36}\right].4 = 10,13 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Mo = 10,13}$$