Octubre 2023

Primer Parcial Análisis II

Mal

1. Dada la función $f(x,y) = 2x^2 + y^2$, hallar la derivada direccional, por definición y por fórmula, en P_0=(-1,2) en la dirección del vector v=2i+4j

2. Sea $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3x^2y}{x^2+y^4} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

Mal

   a) Es continua en el origen
   b) Es derivable en el origen
   c) Con la información obtenida, se puede decir que es diferenciable. Justifique.

3. Sea una función producción del tipo Cobb Douglas, en donde la elasticidad del capital es 0.2 y el valor de A=100

$P = K^{\alpha} L^{\beta}$ $\quad \alpha = 0,2$ $\quad \beta = 0,8$

R*

   a) Armar la función producción
   b) Verificar teorema de Euler
   c) A qué es igual la suma de elasticidades
   d) Si p_K=40 p_L=10 hallar trayectoria de expansión

Mal

4. Dada $f(x) = x^y + y$ hallar plano tangente en el punto (1,2), luego hallar valor aproximado en (1.02;1.99)

5. a) Dado el siguiente sistema calcular las derivadas parciales

$\dfrac{\partial w}{\partial u}$ $\dfrac{\partial w}{\partial v}$, $\dfrac{\partial z}{\partial u}$ $\dfrac{\partial z}{\partial v}$

Mal

$$\begin{cases} 2u + 3v^2 - w + z^2 = 0 \\ 3u^3 - 2v + 4w = z \end{cases}$$

b) dada la función implícita

$$z + xz^3 = xy$$

Me

hallar Z''_{xy}

1) $f(x;y) = 2x^2 + y^2$ $\quad P_0 = (-1;2)$ $\quad \vec{v} = 2i + 4j$

- $\nabla f(x;y) = (4x;2y)\Big|_{P_0} = -4 + 4 = \boxed{0}$

- $v_1 = 2 \quad v_2 = 4$

$\|v\| \rightarrow \sqrt{2^2+4^2} = \sqrt{20}$ $\quad$ • $\check{v} = \left(\frac{2}{\sqrt{20}} ; \frac{4}{\sqrt{20}}\right)$

Derivada direccional:

$\nabla f(x;y)\Big|_{P_0} \cdot \check{v} \rightarrow 0 \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{20}} ; \frac{4}{\sqrt{20}}\right) = \boxed{\cancel{0}}$ Mal

(b) $z + xz^3 = xy \rightarrow z + xz^3 - xy = 0$

$f'_x = z^3 - y \quad f'_y = -x \quad f'_z = 1 + 3xz^2$

$z'_x = -\frac{z^3 - y}{1 + 3xz^2} \qquad z'_y = -\frac{(-x)}{1 + 3xz^2}$

3 (a) $P = \cancel{10}K^{0,2} L^{0,8} \qquad \alpha = 0,2 \rightarrow \beta = 1 - \alpha \Rightarrow 0,8$

(b) $f(tK; tL) = (tK)^{0,2} (tL)^{0,8}$

$t^{0,2} K^{0,2} \cdot t^{0,8} \cdot L^{0,8}$

$t^1 \left(K^{0,2} L^{0,8}\right)$ ✓ $n = 1$

R+

$K\left(0,2K^{-0,8}L^{0,8}\right) + L\left(0,8K^{0,2}L^{-0,2}\right)$

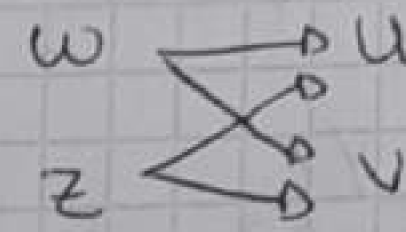
$0,2K^{0,2}L^{0,8} + 0,8K^{0,2}L^{0,8}$

$1\left(K^{0,2}L^{0,8}\right)$ ✓ se verifica euler.

(c) la suma de las elasticidades es igual a 1 ✓

Reg: 906711

5) a. $\begin{cases} 2u+3v^2-w+z^2=0 \\ 3u^3-2v+4w=z \end{cases}$



$\begin{cases} 2u+3v^2-w+z^2=0 \rightarrow F(w,z) \\ 3u^3-2v+4w-z=0 \rightarrow G(w,z) \end{cases}$

$\cdot f'_w=-1 \quad \cdot f'_z=2z \quad \cdot f'_u=2 \quad \cdot f'_v=6v$

$\cdot g'_w=4 \quad \cdot g'_z=-1 \quad \cdot g'_u=9u^2 \quad \cdot g'_v=-2$

$F(w,z) \rightarrow (f'_w=-1\,dw;\ f'_z=2z\,dz;\ f'_u=2\,du;\ f'_v=6v\,dv)$

$G(w,z) \Rightarrow (g'_w=4\,dw,\ g'_z=-dz;\ g'_u=9u^2\,du;\ g'_v=-2\,dv)$

$|J| \Rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 2z \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow 1+8z$

$\frac{\partial w}{\partial u} = \frac{\begin{pmatrix} -1 & 6v \\ 4 & -2 \end{pmatrix}}{|J|} = \frac{-2+24v}{1+8z}$

$\left[\frac{\partial w}{\partial v} = \frac{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 9u^2 & 4 \end{pmatrix}}{J} = -\frac{8-9u^2}{1+8z}\right.$

$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\begin{pmatrix} 2 & 6v \\ -1 & -2 \end{pmatrix}}{|J|} = \boxed{\frac{4+6v}{1+8z}}$

$\frac{\partial z}{\partial v} = \frac{\begin{pmatrix} 2 & 2z \\ 9u^2 & -1 \end{pmatrix}}{|J|} = \left[\frac{2-18u^2}{1+8z}\right]$

$\partial w / \partial u$

$f_0 = z_0 = 1^2 + 2 \Rightarrow z_0 = 3$

4) $f(x) = x^y + y$ $\quad P_0 = (1;2)$ $\quad P_{aprox} = (1{,}02; 1{,}99)$

$f'_x \Rightarrow \lim_{\substack{x \to 1 \\ y=2}} \dfrac{x^2+2-3}{x-1} \Rightarrow \lim_{\substack{x \to 1 \\ y=2}} \dfrac{x^2-1}{x-1} \Rightarrow \lim_{\substack{x \to 1 \\ y=2}} \dfrac{(x+1)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}} = x+1$

?

$f'_x(1;2) = 1+1 = \boxed{2}$

$f'_y \Rightarrow \lim_{\substack{y \to 2 \\ x=1}} \dfrac{1^y+y-3}{y-2} \Rightarrow \lim_{\substack{y \to 2 \\ x=1}} \dfrac{y(1+1-3)}{y-2} \Rightarrow \lim_{\substack{y \to 2 \\ x=1}} \dfrac{y-1}{y-2} \to$

?

$f'_y(1;2) = \lim_{\substack{y \to 2 \\ x=1}} \dfrac{-\cancel{y}}{-2\cancel{y}} = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

MAL

[$dz = 3 + 2 + \frac{1}{2} \to dz = 5{,}5$ Plano Tangente] MAL

$\Delta z = f(0;0) + f'_x\big|_{P_0} \overbrace{(x-x_0)}^{\Delta x} + f'_y\big|_{P_0} \overbrace{(y-y_0)}^{\Delta y}$

$\begin{cases} \Delta x = 1 - 1{,}02 = -0{,}02 \\ \Delta y = 2 - 1{,}99 = 0{,}01 \end{cases}$

$\Delta z = 3 + 2 \cdot (-0{,}02) + \dfrac{0{,}01}{2}$

$\Delta z = 3 - 0{,}04 + 0{,}005$

$\Delta z = 3{,}01$ $\quad$ y $\quad f(1{,}02; 1{,}99) = (1{,}02)^{1{,}99} + 1{,}99 = 3{,}0098$ ✓

↳ VALOR APROXIMADO

2) $f(x;y) = \begin{cases} \dfrac{3x^2y}{x^2+y^4} & (x;y)\neq(0;0) \\ 0 & (x;y)=(0;0) \end{cases}$

a) Continuidad:

I) $f(0;0)=0$ ∃ Imagen ✓

II) LD → $L_r = \lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ y=mx}} \dfrac{3x^2 mx}{x^2+(mx)^4}$

$\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ y=mx}} \dfrac{3m x^3}{x^6+m^4\cancel{x^4}}$ Mal

$\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ y=mx}} \dfrac{x^3(3m)}{x^3(\underbrace{x^3}_{\to 0}+m^4)} = \dfrac{3m}{m^4}$ [∄LD porque quedo dependiendo de m.] Mal

La función NO es Continua.

b) Derivabilidad:

$f'_x = \lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ y=0}} \dfrac{f(x;0)-f(0;0)}{x-0} \to \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{3x^2\cdot 0}{x^2}}{x} = \dfrac{\frac{0}{x^2}\}0}{x} = \dfrac{0}{x} = \boxed{0}$

$f'_y = \lim\limits_{\substack{y\to 0 \\ x=0}} \dfrac{f(0;y)-f(0,0)}{y-0} \to \lim\limits_{y\to 0} \dfrac{\frac{3\cdot 0^2\cdot y}{0+y^4}}{y} = \dfrac{\frac{0}{y^4}}{y} = \dfrac{0}{y} = \boxed{0}$

c) La función no es diferenciable porque no es continua, aunque sus derivadas parciales sean continuas.