1- Hallar el dominio de definición de la función:

$$f(x)=\sqrt{\frac{2-x}{x+2}}$$

Solución:

$$\frac{2-x}{x+2}\geq 0 \quad y \quad x+2\neq 0$$

$$2-x\geq 0 \;\; y \;\; x+2>0 \quad o \quad 2-x\leq 0 \;\; y \;\; x+2<0$$

$$x\leq 2 \;\; y \;\; x>-2 \quad o \quad x\geq 2 \;\; y \;\; x<-2$$

$$-2<x\leq 2 \quad\quad o \quad \emptyset$$

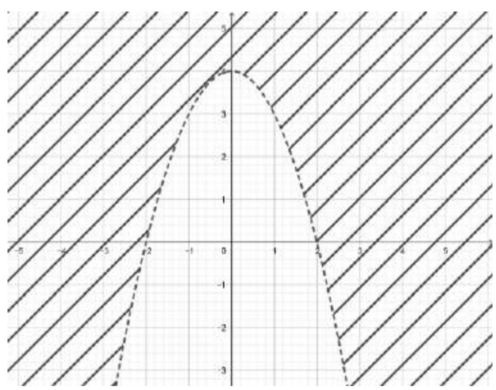
$$Domf=(-2;2]$$

2- Graficar el dominio de definición de:

$$f(x;y)=\log_2(x^2+y-4)$$

Solución

$$x^2+y-4>0 \Rightarrow y>-x^2+4$$



3- Una compañía determina que si produce y vende x unidades de un producto, el ingreso total por las ventas será de $100.\sqrt{x}$. Si el consto variable por unidad es de $\$\,2$ y el costo fijo de $\$\,1200$; encontrar el/los valores de cantidad de productos a producir y vender para que la empresa no obtenga ganancia pero tampoco pierda.

Solución

Para obtener la cantidad de productos a producir y vender para que la empresa no obtenga ganancia pero tampoco pierda, hay que plantear la función de beneficio y buscar para que valores da cero.

Como $B(x) = I(x) - C(x)$, donde x es la cantidad de unidades producidas y vendidas, se deben establecer las funciones I y C

La función I está dada en el enunciado y es $I(x) = 100.\sqrt{x}$

Para la función C están los datos

- costo variable por unidad es de \$ 2
- costo fijo de \$ 1200

Luego $C(x) = 1200 + 2.x$

Entonces el beneficio es:

$$B(x) = 100.\sqrt{x} - (1200 + 2.x) = 100.\sqrt{x} - 1200 - 2.x$$

Y para hallar la cantidad de productos a producir y vender para que la empresa no obtenga ganancia pero tampoco pierda, hay que hallar x tal que $B(x) = 0$

$$100.\sqrt{x} - 1200 - 2.x = 0 \Rightarrow 100.\sqrt{x} = 1200 + 2.x \Rightarrow 50.\sqrt{x} = 600 + x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2500x = 360000 + 1200x + x^2 \Rightarrow 0 = x^2 - 1300x + 360000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{1300 \pm \sqrt{1300^2 - 4.360000}}{2} \Rightarrow x = 400 \quad o \quad x = 900$$

Rta: se deben producir y vender 400 unidades o 900 unidades

4- La producción de un bien está dada por $P(x; y) = 5.\sqrt[3]{x.y^2}$, donde x e y son cantidades de dos insumos distintos para producir dicho bien. Determinar la isocuanta correspondiente a producir 10 unidades y graficarla.

Solución:

Como la isocuanta es la curva de nivel, en este caso hay que determinar la curva que cumple que:

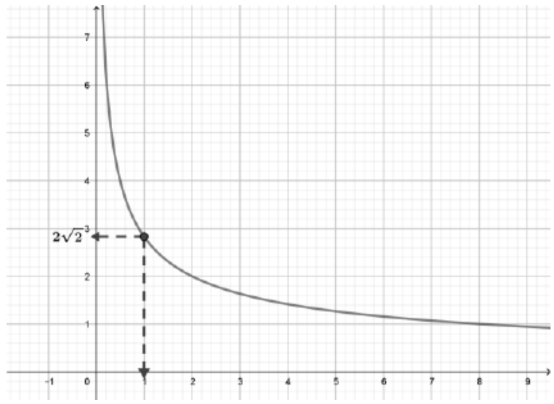
$$5.\sqrt[3]{x.y^2} = 10 \Rightarrow \sqrt[3]{x.y^2} = 2 \Rightarrow x.y^2 = 8 \Rightarrow_{x\neq 0} y^2 = \frac{8}{x} \Rightarrow_{\substack{y\geq 0\\ x\geq 0}} y = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{x}}$$

Las condiciones que se pusieron para obtener la expresión de y son válidas porque en este caso tanto x como y representan cantidades de insumos y por lo tanto son no negativas. En el caso que $x = 0$, $P(0; y) = 0$ y por lo tanto no pertenece a la curva de nivel pedida.

Luego hay que graficar

$$y = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{2}.x^{-1/2}$$

Como es una función potencial con exponente negativo, su gráfica aproximada es:



5- Dada la sucesión

$$a_n = (-1)^n . \frac{3^n}{n!}, n \geq 0$$

Dar los tres primeros términos de la serie que genera.

Solución:

Como hay que hallar los 3 primeros términos de la serie que genera, primero busco los 5 primero términos de la sucesión:

$$a_0 = (-1)^0 . \frac{3^0}{0!} = 1 \qquad a_1 = (-1)^1 . \frac{3^1}{1!} = -3 \qquad a_2 = (-1)^2 . \frac{3^2}{2!} = \frac{9}{2}$$

Entonces:

$$s_0 = 1 \qquad s_1 = 1 - 3 = -2 \qquad s_2 = -2 + \frac{9}{2} = \frac{5}{2}$$