

HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS III – ESTADÍSTICA SEGUNDO PARCIAL

1- En los internados de una Universidad se ha determinado que el gasto promedio mensual por uso de teléfono en cada una de las habitaciones es de \$15, con un desvío estándar de \$1,2. Indique la probabilidad de que en una muestra de 36 habitaciones el gasto promedio no supere la cantidad de \$14.

$$P(X < 14) = 0$$

2- El balance de las tarjetas de crédito de cierta firma comercial es una variable aleatoria que se distribuye normalmente con una media de \$ 250 y un desvío estándar de \$40. Se solicita que porcentaje de tarjetas tendrán un gasto que supere a los \$300

$$P(x > 300) = 0,1056 \text{ lo que implica el } 10,56 \%$$

3- El balance de las tarjetas de crédito de cierta firma comercial es una variable aleatoria que se distribuye normalmente con una media de \$ 250 y un desvío estándar de \$40. Se solicita que porcentaje de tarjetas tendrán un gasto que sea inferior a los \$300

$$P(x < 300) = 0,8944 \text{ lo que implica el } 89,44\%$$

4- El balance de las tarjetas de crédito de cierta firma comercial es una variable aleatoria que se distribuye normalmente con una media de \$ 250 y un desvío estándar de \$40. Se solicita indique la probabilidad de que el promedio de gastos de una muestra de 49 tarjetas no difiera del promedio poblacional en más de \$10

$$P(240 < x < 250) = 0,9098$$

5- Supóngase tener una población conformada por las edades de los operarios de una fábrica automotriz, la que varía normalmente con una media de 34 años y un desvío estándar de 4 años. Indique la probabilidad de que elegido un operario aleatoriamente, su edad sea menor a los 28 años

$$P(x < 28) = 0,0668$$

6- Indique la probabilidad de que un jugador de básquet falle exactamente cuatro lanzamientos en 12 intentos independientes si se considera que la probabilidad de fallar en cada uno de los lanzamientos es constante e igual a 0,3.

$$P(x=4) = 0,2310$$

7- Determine la probabilidad de que en una muestra de 100 personas, por lo menos 60 y no más de 70 manifiesten su conformidad con cierta propuesta legislativa, teniendo en cuenta que la proporción poblacional de los que están de acuerdo con esa propuesta es de $p = 0,64$

$$P(59,5 < x < 70,5) = 0,7379$$

8- Un consultorio médico recibe en promedio 10 pacientes entre las 14 y 20 hrs.

Indique la probabilidad de que en ese horario un día cualquiera lleguen al consultorio exactamente 6 pacientes

$$P(x=6) = 0,063$$

9- A la central telefónica de una oficina de asuntos legales llegan, en

promedio, 2 llamadas por minuto. Indique la probabilidad de que en un minuto lleguen exactamente 2 llamadas.

$$P(x=2) = 0,2706$$

10- A un obraje llegan camiones de carga a razón de 2,8 camiones por hora, indique la probabilidad de tener tres o más camiones que lleguen en un lapso de media hora.

$$P(x \geq 3) = 0,167$$

11- El gerente de un supermercado establece de acuerdo a los datos registrados que, de 1500 clientes que acceden al establecimiento los días domingo, 925 de ellos realizan una compra que supera los \$20. Indique la probabilidad de que un cliente que concurre el domingo al supermercado, efectúe una compra que supere los \$20

$$c) 0,6167$$

12- Una Empresa de aviación indica que, de acuerdo a sus estadísticas, el 14% de las personas que realizan reserva telefónicamente su pasaje no concurre a tomarlo. Si para el vuelo de una avioneta con capacidad para 20 pasajeros, se recibieron 21 reservas telefónicas, indique la probabilidad de que todas las personas que concurren a tomar el avión realicen el vuelo.

$$c) 0,143$$

13- En una caja con 20 fusibles, tres de ellos están defectuosos. Si se examina una muestra aleatoria de 5 fusibles, indique la probabilidad de que de los cinco exactamente dos de ellos estén defectuosos

$$d) 0,1315$$

14- El 2% de las cartas que se envían a cierta ciudad no llevan timbrado. Postal correcto. Si se envían 300 cartas a dicho lugar ¿Cuántas cartas sin timbrado correcto espera encontrar?

$$c) 6$$

15- Para el mismo ejercicio anterior, indique la probabilidad de encontrar 4 o menos cartas con timbres incorrectos

$$a) 0,2823$$

16- Se toma una muestra de 49 monedas de una máquina para acuñar monedas. El espesor medio de las monedas es de 0,22 cm con un desvío estándar de 0,01cm. ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra se desvíe más de 0,005 de la media del proceso?

$$c) 0,0004$$

17- Una Empresa dedicada a la producción de tubos, informa que, los tubos de diámetro de 2,00 pulgadas, varían normalmente con la media ya especificada y un desvío estándar de 0,01 pulgadas. Si Toda tubería que varíe en más de 0,03 pulgadas respecto de la media se considera

defectuosa, indique que porcentaje de la producción se pierde por fuera de medidas.

a) 0,28%

18- Una Ferretería de Ramos Generales indica que el 5% de las facturas de venta presentan errores ya sea en las cantidades o en los códigos de los materiales. Si se toma una muestra de 25 facturas de venta indique la probabilidad de encontrar una o menos facturas con errores.

c) 0,6423

19- En una clase de Estadística con un total de 30 alumnos y entre los cuales se encuentran 5 alumnos de nacionalidad extranjera, se deben de seleccionar tres alumnos para realizar un estudio de campo. Si la elección se realiza de manera totalmente azarosa, indique la probabilidad de que entre los seleccionados se tenga exactamente a dos de los extranjeros.

e) 0,061

1- es un grafico (la punta mas alta era en $x=5.0$, con valores de $x=0, 2.5, 5, 7.5$ y $a=0$ y con valores $y=0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$, con una campana de gauss de distribución normal donde hay que ver en la grafica el valor al que esta la media:

5

2- la media de una distribución hipergeométrica es:

$n/N.k$

3- en un modelo de tipo binomial, el estudio esta centrado en estudiar:

la probabilidad de cierta cantidad de aciertos en n ensayos idénticos

4- una empresa que suministra energía eléctrica vio que el consumo por hogar tenía una distribución normal de consumo promedio de 170Kw mensuales y un desvío estándar de 50 Kw. Calcular la expresión estandarizada para 175 Kw:

0.10

5- si la variable aleatoria toma valores de 0, 1 y 2 y sus $P(x)$ correspondientes son de $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}$ y $\frac{1}{4}$ respectivamente. La media de la distribución será:

1

6- en un banco hay un promedio de 4 personas por hora que concurren al escritorio de plazos fijos. Para la próxima hora cual será la probabilidad que concurren 2 personas?

0.5

7- el numero de accidentes en una esquina por día es de tipo:

Poisson

8-En la distribución normal con media y desvío estándar (DE), la expresión es:

$Z = (x - \text{media}) / \text{DE}$

9-en una ciudad la temperatura máxima en junio tiene una media de 23° y DE de 5°. Cual es la probabilidad que alcance entre 23° y 25°?

0.655

10- si las variables aleatorias son a y 1 y sus correspondientes $P(x)$ 0.5 y 0.5, la varianza será?

0.25

11- cual es la expresión binomial?

$$P(x) = nCx \cdot p^x \cdot q^{(n-x)}$$

12) la esperanza es:

$$\text{media} = \sum (xi \cdot Pxi)$$

13- cual es un método discreto?

c- Poisson, binomial y hipergeométrica

14- en una distribución normal, la probabilidad que una variable asuma un valor puntual es:

0

15- si la probabilidad de un banco de recibir cheques sin fondos es de 0.10, si recibe 10 cheques cual es la probabilidad que dos de ellos no tengan fondos?

0.19

Si desea realizar una predicción del nivel de ingresos de una familia en función de la cantidad de años de estudios del jefe de hogar, debería realizar el siguiente estudio:

Un análisis de regresión.

Cual es la hipótesis nula en una prueba de independencia:

Las variables consideradas son independientes

El estadístico de prueba de bondad de ajuste tiene:

Distribucion Chi cuadrado con (k-1) grados de libertad, donde K es la cantidad total de valores que tiene la distribución analizada

Un estudio de marketing se plantea analizar si existe relación entre el nivel educativo de los consumidores de películas cinematográficas y el género de películas que prefieren. En una muestra de 150 espectadores se obtuvieron los siguientes resultados:

Género / Nivel Ed.	Primario completo	Secundario completo	Universitario Completo
Drama	5	8	12
Comedia	15	10	10
Ciencia Ficción	1	13	21
Acción	20	18	17

Indique cuál es la frecuencia esperada para los espectadores con secundario completo que prefieren películas de ciencia ficción, si no existiera relación entre el nivel educativo y género de preferencia.

Justificación: La respuesta correcta es 11,43. Tal como lo indica la fórmula 15.7 de la pág. 636 del texto de Berenson y Levine, las frecuencias esperadas para cada celda se calculan como el producto entre la suma de renglones por la suma de columnas dividido el total de la muestra. En este caso: $49 \times 35 / 150 = 11,43$

La suma de cuadrados totales:

Puede dividirse en la variabilidad explicada o debida a la regresión (SSR) y variabilidad no explicada asociada con el error (SSE)

El método de mínimos cuadrados es:

Una manera de obtener la ecuación que mejor ajusta a la nube de puntos, justamente minimizando la suma de los cuadrados de los errores (o residuos)

El diagrama de dispersión es de amplia aplicación en:

El análisis de regresión

En la prueba de independencia, Cuantos grados de libertad tiene el estadístico de prueba?:

(C-1) (R-1)

Uno de los cuatro supuestos básicos que deben controlarse en el análisis de regresión, entre otros se puede mencionar:

Normalidad

El error estándar de la estimación, en una regresión, es:

La medida análoga a la desviación estándar

Se puede afirmar que el estadístico chi cuadrado para pruebas no paramétricas, Que valor se incluye en el denominador?:

Las frecuencias absolutas esperadas

Un coeficiente de correlacion que tiende a -1 indica que:

Que la correlacion lineal es muy alta y negativa

Que indica la pendiente en una regresión:

El cambio en la variable dependiente ante un cambio en la variable independiente.

Donde se ubica la zona de rechazo en una prueba ANOVA:

En los valores mas elevados de la variable de prueba

Cual es la hipótesis nula en una prueba ANOVA:

Todas las medias poblacionales son iguales.

Cual es el nombre de la técnica matemática utilizada para determinar los valores de B0 y B1 en un análisis de regresión:

Metodos de minimos cuadrados.

Se puede afirmar que el diagrama de dispersión se aplica:

En el análisis de regresión

El método de análisis de varianza se basa en:

El hecho de que hay una diferencia entre los grupos solo si la varianza intergrupos es mayor que la varianza intra-grupos

A que hace referencia el concepto de SST:

A la suma de la suma de cuadrados de la regresión mas la suma de cuadrados del error.

1 - (7.3.1) Si se tiene una población con media $M=60$ y un desvío estándar, $\sigma = 10$. Entonces, el error estándar de la media para muestras de tamaño 49 es:

RESPUESTA ELEGIDA: 1,43

JUSTIFICACIÓN: En este caso, sólo es necesario aplicar la expresión matemática del error estándar = $\sigma / \sqrt{n} = 10 / \sqrt{49} = 1,73$, que corresponde como opción correcta.

2 - (6.3.1) Determine la varianza de una distribución binomial que se genera al efectuar 30 ensayos, teniendo en cuenta que la probabilidad de acierto es de 0,25:

RESPUESTA ELEGIDA: 5,625

JUSTIFICACIÓN: La opción correcta es "5.625". Este valor se obtiene aplicando la fórmula de la varianza de la distribución binomial: $V(x) = npq$. En este caso $n=30$, $p=0,25$ y $q=0,75$, por lo que el producto de estos factores arroja el valor indicado. El resto de las opciones

3 - (7.3) El número de clientes por semana en cada tienda de una cadena de autoservicios, tiene media de 5.000 y desvío de 500. Si se selecciona una muestra aleatoria de 25 tiendas, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral sea inferior a 5.075 clientes por semana?

RESPUESTA ELEGIDA: 0,7734

JUSTIFICACIÓN: Si analizamos la distribución de las medias de todas las muestras posibles que de tamaño 25 se pueden formar, de acuerdo con el Teorema del Límite Central, será normal, con una media igual a la poblacional (5000 clientes) y un desvío estándar igual al cociente entre el desvío estándar poblacional sobre la raíz cuadrada del tamaño de las muestras (en este caso, 25). El desvío estándar de la distribución de las muestras, también llamado error muestral estándar $\sigma = 500 / \sqrt{25} = 100$. Por lo tanto, $z = (5075 - 5000) / 100 = 0,75$ y la probabilidad de que la media de una muestra de tamaño 25 fuere inferior a 5075 será igual $P(x < 5075) = 0,5 + P(z = 0,75) = 0,7764$. A este concepto lo podemos ampliar en Texto Base de Berenson y Levine 9,2.3 de pág. 324

4 - (6.3.2) "Una encuesta en EE.UU, indica que la probabilidad que un ciudadano sea Liberal es de 0.30, la probabilidad de que sea conservador es de 0.55 La probabilidad que no sea ni uno ni otro 0.15. Suponiendo que estas probabilidades son exactas y se seleccionan 10 estadounidenses azarosamente, la probabilidad que 4 de los 10 sean liberales es:"

JUSTIFICACIÓN: La opción correcta es 0,2 porque la probabilidad que 4 de los 10 sean liberales, se obtiene aplicando el Modelo Binomial de la siguiente manera: $P(x = 4) = 10C4 * 0,30^4 * 0,70^6$. Entonces: $P(x = 2) = 0,20$ (Se lee: Combinatoria de 10 elementos tomados de 4 en 4 por 0,30 elevado a la cuarta potencia por 0,70 elevado a la sexta potencia).

5 - (7.3) Se encontró que un grupo de calificaciones de examen final de un curso de introducción a la estadística, tenía distribución normal con una media de 73 y una desviación estándar de 8. El valor de media muestral que es superado por el 5% de las calificaciones promedio provenientes de muestras de tamaño 36 es:

JUSTIFICACIÓN: La opción correcta es 75,19, porque debemos obtener el valor de la media muestral que es superado por el 5% de las medias muestrales. Sabemos que: $Z = (\bar{x} - \mu) / (\sigma / \sqrt{n})$ / error estándar muestral. A su vez, el error estándar muestral es igual al desvío poblacional sobre la raíz cuadrada de n. Siendo: \bar{x} =media muestral, μ =media poblacional, σ =desvío poblacional y n=tamaño de la muestra. El valor crítico Z correspondiente a una probabilidad 1- 0,05= 0,95 es 1,645. A continuación planteamos los siguientes pasos: Despejando \bar{x} obtenemos: $\bar{x} = \mu + Z * (\sigma / \sqrt{n})$. A continuación, reemplazamos por los correspondientes valores: $\bar{x} = 73 + 1,645 * (8 / \sqrt{36})$. Resolvemos: $\bar{x} = 75,19$. Por lo tanto, el 5% de las calificaciones promedio se encontrarán por encima de 75,19 .

6 - (7.6) Una estimación de intervalo de confianza de 95% significa que si se toman todas las muestras posibles de igual tamaño:

RESPUESTA ELEGIDA: el 95% de ellas incluiría la media de la población

7 - (6.3.1) Si una distribución binomial tiene media 60 y desvío estándar 4,9, indique el valor de los parámetros de la distribución.

RESPUESTA ELEGIDA: n=100 , p = 0,6

JUSTIFICACIÓN: La opción correcta es "n=100y p=0,60". Estos valores se obtienen al despejar las fórmulas de la media y la varianza de la distribución. Para la media encontramos que n.p=60 y para la varianza que n.p.q=4,9^2=24. Primero se despeja q=0,40 y ya puede deducirse que p=0,60. Finalmente n=60/0,60 =100. Bibliografía: sección 7.5 texto de berenson y levine (q996)

8 - (6.1) Una moneda se lanza al aire 30 veces de las cuales en 10 oportunidades se obtiene una cara. Si el obtener cara se considera como acierto indique ¿cuál es la proporción de aciertos?

RESPUESTA ELEGIDA: 1/3

JUSTIFICACIÓN: La opción correcta es "1/3". Dado que la proporción se obtiene con el cociente cantidad de éxitos/ cant. Ensayos. Por lo tanto: 10/30=1/3. El resto de las opciones no satisfacen ésta fórmula por lo que son inválidas.

9 - (6.6.1) ¿Cuál de las siguientes distribuciones de probabilidad NO corresponde a una variable aleatoria discreta?

RESPUESTA ELEGIDA: Normal

10 - (7.7) El departamento de Recursos Humanos de una planta industrial de la Provincia de Cordoba informa que los empleados tienen una edad promedio de 38 años con un desvío estándar de 3 años. Si se seleccionan muestras de 50 personas, cual es el intervalo de confianza que contiene el 95% de las medias muestrales?

JUSTIFICACIÓN: "La opción correcta es: [37,17; 38,83] porque, para construir un intervalo de confianza, calculamos los límites inferior y superior correspondientes a dicho intervalo de la siguiente manera: LI = media muestral $- z * \text{desvío} / \sqrt{n}$ y LS = media muestral $+ z * \text{desvío} / \sqrt{n}$ El valor de z se conoce como el valor crítico de la distribución y corresponde a una probabilidad 1 \pm alfa/2. A un nivel de confianza del 95% le corresponde $z = 1,96$. Tenemos como datos: media muestral = 38 desvío =3 y tamaño de la muestra (n) = 50. Calculamos los límites: LI = 38 - 1,96 * 3/ $\sqrt{50}$ y LS= 38 + 1,96 * 3 / $\sqrt{50}$. Resolviendo: LI = 37,17 y LS= 38,83"

11 - (6.3.1) En una distribución Binomial la varianza de dicha distribución esta dada por la expresion :

RESPUESTA ELEGIDA: n.p.(1- p)

12 - (7.3) "Una máquina vendedora de refrescos, está regulada de modo que la cantidad despachada tenga una distribución normal con media=7 onza y desvío =0,5 onza. Si se toman muestras de cincuenta y nueve vasos, ¿qué valor excedería el 95% de las medias de las muestras?"

JUSTIFICACIÓN: La opción correcta es 6,89, porque debemos obtener el valor de la media muestral que supera al 95% de las medias muestrales. Sabemos que: $Z = (\bar{x} - \mu) / (\sigma / \sqrt{n})$ / error estándar muestral. A su vez, el error estándar muestral es igual al desvío poblacional sobre la raíz cuadrada de n. Siendo: \bar{x} =media muestral, μ =media poblacional, σ =desvío poblacional y n=tamaño de la muestra. El valor crítico Z correspondiente a una probabilidad 0,95 es -1,645. A continuación planteamos los siguientes pasos: Despejando \bar{x} obtenemos: $\bar{x} = \mu + Z * (\sigma / \sqrt{n})$. A continuación, reemplazamos por los correspondientes valores: $\bar{x} = 7 \pm 1,645 * (0,5 / \sqrt{59})$. Resolvemos: $\bar{x} = 6,89$. Por lo tanto, el 95% de las medias muestrales se encontrarán por encima de 6,89 onzas.

13 - (6.3) En la fórmula de calculo de probabilidades de la distribución binomial n y p representan, respectivamente:

RESPUESTA ELEGIDA: El número de ensayos y la probabilidad de éxito

14 - (6.4) Sea Y una variable aleatoria con distribución Poisson.¿Cuál es la P(Y=1) para lambda =0.4?

RESPUESTA ELEGIDA: 0.2681

JUSTIFICACIÓN: La opción correcta es 0,2681 porque P(Y=1) para lambda =0.4 se obtiene utilizando el Modelo Poisson de la siguiente manera: $(e^{-0.4} * 0.4^1) / 1! = 0.2681$. Se lee: (e elevado a la -0.4 por 0.4 elevado a la 1) sobre el factorial de 1.

15 - (7.3) Si la distribución de una población es lo bastante simétrica, la distribución de muestreo de la media será aproximadamente normal a partir de la siguiente cantidad mínima de observaciones:

RESPUESTA ELEGIDA: 15 observaciones

16 - (7.7) Una estimación puntual consiste en:

JUSTIFICACIÓN: La opción correcta es: Una estadística de muestra que se utiliza para estimar el valor verdadero de un parámetro poblacional, porque, de acuerdo a lo expresado en Estadística Básica de Berenson- Capítulo 10- Página 344, existen dos tipos principales de estimaciones: 1. Estimación Puntual que consiste en una sola estadística de muestra que se utiliza para estimar el valor verdadero de un parámetro de población. Por ejemplo, la media de la muestra, es una estimación puntual de la media de población. 2.

17 - (6.3.2) Una turbina funciona bajo el control de cuatro sensores. Es suficiente que uno de los sensores no trabaje normalmente para que el sistema se detenga. La probabilidad de que un sensor presente un defecto es de 0,001. Indique la probabilidad de que en un determinado momento el sistema se detenga:

RESPUESTA ELEGIDA: 0,004

JUSTIFICACIÓN: La situación planteada puede ser resuelto con el modelo Binomial teniendo en cuenta que se trata de cuatro sensores, con una probabilidad de que cualquiera de ellos se descomponga de $p=0,001$. El sistema deja de funcionar si al menos uno de ellos falla, por lo que tenemos que determinar la probabilidad de que por lo menos uno de ellos se altere. $P(X \geq 1) = 1 - P(x=0)$. La opción correcta es la de 0,004, las otras son evidentemente elevadas.

19 - (7.3.1) Suponga una población de: $N= 200$, media = 40 y desvío estándar = 2. Si se toman muestras de tamaño 36 el error estándar muestral es:

JUSTIFICACIÓN: La opción correcta es: 0,275 porque el error estándar muestral surge del siguiente cálculo: $(2 / \text{raíz}(n)) * ((N - n) / (N - 1))$. A continuación, reemplazamos por los correspondientes valores: $(2 / \text{raíz}(36)) / ((200 - 36) / (200 - 1)) = (2 / 6) / (164 / 199) = 0,275$.

20 - (7.7) A 25 golfistas profesionales se les pidió calificar un palo de golf en una escala de 0 a 10 , y se obtuvo un promedio de 7.3.La desviación standar poblacional es de 1.01. El intervalo de confianza del 99% sera de:

RESPUESTA ELEGIDA: 6.78-7.82

JUSTIFICACIÓN: "La opción correcta es: [6,78; 7,82] porque, para construir un intervalo de confianza, calculamos los límites inferior y superior correspondientes a dicho intervalo de la siguiente manera: $LI = \text{media muestral} \pm z * \text{desvío} / \text{raíz}(n)$ y $LS = \text{media muestral} + z * \text{desvío} / \text{raíz}(n)$ El valor de z se conoce como el valor crítico de la distribución y corresponde a una probabilidad $1 \pm \text{alfa}/2$. A un nivel de confianza del 99% le corresponde $z = 2,576$. Tenemos como datos: media muestral = 7,3 desvío = 0,58 y tamaño de la muestra $(n) = 25$. Calculamos los límites: $LI = 7,3 - 2,576 * 1,01 / \text{raíz}(25)$ y $LS = 7,3 + 2,576 * 1,01 / \text{raíz}(25)$. Resolviendo: $LI = 6,78$ y $LS = 7,82$ "